



PROPUESTA DE TESIS DOCTORAL

ESTUDIO DE SISTEMAS TERMOELÉCTRICOS MEDIANTE EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS DE CONTORNO Y TÉCNICAS EXPERIMENTALES

Doctorando: Jorge Vázquez Arias

Directores de tesis: José Ignacio Linares Hurtado

Rafael Palacios Hielscher

Índice

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | MOTIVACIÓN DE LA TESIS..... | 1 |
| 2 | ESTADO DEL ARTE..... | 3 |
| 2.1 | MODELOS ANALÍTICOS..... | 3 |
| 2.1.1 | MODELO DE PAR TERMOELÉCTRICO IDEAL..... | 3 |
| 2.1.2 | PROPIEDADES TERMOELÉCTRICAS EN FUNCIÓN DE LA TEMPERATURA..... | 8 |
| 2.1.2.1 | Coeficiente Seebeck función de la temperatura..... | 8 |
| 2.1.2.2 | Dependencia con la temperatura de la resistividad eléctrica y la conductividad térmica de los termoelementos..... | 9 |
| 2.1.2.3 | Efectos térmicos no considerados en el caso ideal..... | 12 |
| 2.1.2.4 | Resistencias eléctricas de contacto..... | 14 |
| 2.2 | OTROS MODELOS TERMOELÉCTRICOS..... | 15 |
| 2.3 | RESOLUCIÓN DEL COMPORTAMIENTO DE UN PAR TERMOELÉCTRICO MEDIANTE ANALOGÍA ELÉCTRICA..... | 17 |
| 2.4 | MÉTODOS NUMÉRICOS..... | 18 |
| 3 | OBJETIVOS DE LA TESIS..... | 23 |
| 3.1 | ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DE LOS MATERIALES TERMOELÉCTRICOS MEDIANTE EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS DE CONTORNO..... | 23 |
| 3.2 | ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE UN MÓDULO COMERCIAL MEDIANTE EL MÉTODO DE ELEMENTOS DE CONTORNO..... | 25 |
| 3.3 | ANÁLISIS DE GEOMETRÍAS DE SECCIÓN NO CONSTANTE..... | 27 |
| 4 | METODOLOGÍA..... | 30 |
| 5 | PLAN DE TRABAJO..... | 31 |
| 6 | RECURSOS DISPONIBLES..... | 32 |
| 7 | REFERENCIAS..... | 33 |

1 MOTIVACIÓN DE LA TESIS

Desde el descubrimiento de los fenómenos termoeléctricos hace dos siglos: *efecto Seebeck*, *efecto Thomson* y *efecto Peltier*¹, su aplicación tanto en procesos de bombeo de calor (efecto Peltier) como en procesos de generación eléctrica (efecto Seebeck) ha experimentado un avance relativamente importante en los últimos 50 años.

Desde el punto de vista de la fabricación de módulos termoeléctricos comerciales, se han mejorado y optimizado en determinados aspectos constructivos como son: las uniones soldadas; la utilización de buenos aislantes eléctricos con buenas conductividad térmica, mejora en la composición de los termoelementos... Los módulos termoeléctricos actuales no se pueden comparar con los primeros módulos prácticamente construidos como prototipos de laboratorio en los años 50 y 60 del siglo pasado [31], [49]. En un apartado de [21] se puede ver un resumen de los diferentes procesos constructivos en la fabricación de módulos termoeléctricos, y que han evolucionado en las últimas cuatro décadas desde la fabricación prácticamente manual a la utilización de robots para mejorar la precisión y calidad de las uniones soldadas cuando las secciones transversales de los termoelementos son muy pequeñas [53]. Todas estas modificaciones han posibilitado una mejora en la eficiencia de los módulos así como un abaratamiento de los costes de producción. Estos dos últimos puntos han permitido a la tecnología termoeléctrica la entrada en diferentes campos industriales comenzando a ser competitiva con respecto a otras tecnologías.

En los años 50 y 60 del siglo pasado, las aplicaciones termoeléctricas estaban restringidas al sector militar y espacial debido al elevado coste de los materiales termoeléctricos. Sin embargo, hoy en día su uso se ha extendido a otros muchos campos. Revisiones bastante completas de los diferentes campos de aplicación de la termoelectricidad se pueden ver tanto en [19] como en [23] secciones de los libros [20] y [22] respectivamente, así como en [46] y [54].

El diseño de cualquier aplicación termoeléctrica conlleva al menos desde el punto de vista térmico el estudio de dos grandes problemas muy relacionados entre sí. Por un lado estaría el diseño del módulo termoeléctrico: este apartado incluiría el estudio de los fenómenos termoeléctricos en los semiconductores (*efecto Seebeck*, *efecto Thomson* y *efecto Peltier*) así como la influencia de los efectos irreversibles: *efecto Fourier* y *efecto Joule* que aparecen siempre como consecuencia de establecerse un gradiente térmico y de potencial eléctrico respectivamente en los termoelementos. Un estudio detallado de un módulo termoeléctrico permite la optimización de los módulos termoeléctricos ante unas determinadas condiciones de operación (salto térmico, cargas térmicas a disipar...), condiciones geométricas (espacio disponible, tamaño de la aplicación), y punto de trabajo (máxima eficiencia o máxima potencia frigorífica bombeada). Bajo estas condiciones se podría determinar cuál es para dicha aplicación específica el tamaño óptimo de los termoelementos (sección transversal y altura), distancia entre pares termoeléctricos, dimensiones de los puentes eléctricos, y placas cerámicas...

El mayor inconveniente que impide la generalización del uso de la termoelectricidad es la eficiencia de los materiales empleados hasta la fecha. A pesar de los grandes avances realizados y de la gran cantidad de trabajos que se están realizando en la investigación de nuevos materiales (más del 75% de los artículos publicados en la conferencias están dedicados a este tema), todavía no se han conseguido materiales termoeléctricos con figuras de mérito adimensionales superiores a 1.

¹ Seebeck, 1821; Peltier, 1834; Thomson (Lord Kelvin), 1855

Además, un buen análisis de una aplicación termoeléctrica conlleva además un estudio detallado de la transmisión de calor del foco frío al módulo y del módulo al foco caliente. Dependiendo del tipo de disipación (convección natural, forzada, termosifones...), y del tipo de refrigerante (aire, agua, líquidos eutécticos...), una mala transmisión de calor elevaría el salto térmico de trabajo del módulo termoeléctrico penalizando su eficiencia. Aunque el número de publicaciones dedicadas a mejorar la transmisión de calor en otros campos es muy grande, la industria termoeléctrica no ha sabido aprovechar muchas veces dichas innovaciones, aunque hoy en día comienzan a tenerse en cuenta. Este mismo año se ha publicado la tesis doctoral [5] dedicada de forma específica a este tema. Existen también diversos artículos en los que se presentan resultados sobre sistemas de disipación aplicados a módulos termoeléctricos, ver [8], [28], [29], [47], [45], [57].

También es cierto que muchas veces, la mala utilización de esta tecnología hace que sus eficiencias disminuyan haciendo todavía menos viable aplicaciones potenciales que empleen esta tecnología. Dentro de este conjunto de razones se incluirían las condiciones de montaje (presión aplicada a los módulos, puentes térmicos, calidades superficiales...), la falta de un estudio detallado de la transmisión de calor entre foco frío y caliente, y un problema planteado en la tesis doctoral [2], que es la necesidad de recurrir a la utilización de módulos termoeléctricos comerciales con dimensiones standard y que muchas veces no se ajustan de forma correcta a las necesidades de una determinada aplicación. En favor de los fabricantes de módulos termoeléctricos hay que decir que gracias a un gran número de trabajos de investigación propios y a otros realizados por institutos y universidades han resuelto grandes problemas en la fabricación de los módulos termoeléctricos que disminuían su eficiencia y fiabilidad como son: la utilización de materiales de soldadura con bajo punto de fusión, problemas de difusividad entre termoelementos y puentes eléctricos, tolerancias geométricas, materiales de las placas cerámicas, aplicación de presión en el proceso de soldadura... Sin embargo, muchas veces no existe una gran conexión entre el diseño del módulo termoeléctrico y la aplicación que se quiere realizar sin que se aprovechen las sinergias que podrían existir entre estos dos campos.

Ya se menciona en el capítulo nueve de [2] que las directrices que deberían seguirse en el futuro en relación con los diseños y desarrollos de equipos y sistemas basados en tecnología Peltier pasarían por: “*Diseños con geometrías específicas para cada tipo de aplicación*” y “*Diseños con dimensiones particulares para cada aplicación*”. Esta idea sería igualmente aplicable a los módulos termoeléctricos diseñados específicamente para generación.

Analizando los pros y contras, se piensa que la termoelectricidad y más concretamente la ingeniería termoeléctrica irá extendiéndose a medida que vayan surgiendo nuevos materiales, nuevos diseños y nuevas posibilidades de aplicación. Se piensa que el desarrollo de un estudio por técnicas numéricas que tenga una buena conectividad con otros métodos empleados en el estudio de sistemas de disipación permitiría analizar de forma exacta el comportamiento de un módulo termoeléctrico teniendo en cuenta la capacidad de disipación del sistema. La posibilidad de desarrollar un estudio sobre el comportamiento de los módulos termoeléctricos cuyas conclusiones pueden tener una aplicación práctica en un gran número de equipos industriales constituye el principal motivo para la presentación de esta propuesta de tesis doctoral.

2 ESTADO DEL ARTE

El estudio de los fenómenos termoeléctricos normalmente se ha llevado a cabo utilizando modelos analíticos resultado de aplicar una serie de simplificaciones sobre las ecuaciones constitutivas de los materiales termoeléctricos. Dichas simplificaciones hacen que determinados efectos no sean tenidos en cuentas pudiendo conducir a resultados no muy precisos.

En los últimos años se han comenzado a realizar modelos utilizando métodos numéricos como las diferencias finitas o los elementos finitos, que permiten tener en cuenta la mayor parte de las simplificaciones realizadas en los modelos analíticos.

En este estado del arte se hace referencia a diferentes modelos que permitirían contrastar los resultados con el que se pretende desarrollar en esta tesis.

2.1 MODELOS ANALÍTICOS

2.1.1 MODELO DE PAR TERMOELÉCTRICO IDEAL

Como ya se ha comentado, la técnica de cálculo más empleada en la industria termoeléctrica es el uso de fórmulas analíticas que resultan de la resolución de las ecuaciones que definen los fenómenos termoeléctricos bajo una serie de hipótesis simplificadoras. A continuación se van a deducir las ecuaciones que definen la transmisión de calor en un termoelemento a partir de las ecuaciones constitutivas de los materiales termoeléctricos:

$$\mathbf{j} = -\frac{1}{\rho} \cdot \nabla V - \frac{\sigma}{\rho} \cdot \nabla T \quad \{2.1\}$$

$$\dot{\mathbf{q}} = \sigma \cdot T \cdot \mathbf{j} - \lambda \cdot \nabla T \quad \{2.2\}$$

y de las ecuaciones de equilibrio asumiendo la condición de estado estacionario.

$$\nabla \mathbf{j} = 0 \quad \{2.3\}$$

$$\nabla \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{j} \cdot \nabla V = 0 \quad \{2.4\}$$

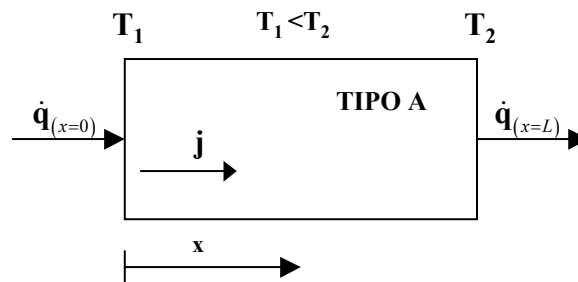


Figura 2.1. Esquema de un termoelemento, corriente en el sentido del gradiente de temperaturas, modelo unidimensional

La primera consideración que se va a realizar para resolver las dos ecuaciones de equilibrio es despreciar cualquier intercambio de calor en dirección perpendicular a la dirección del flujo de corriente. **Se trabaja por tanto con un modelo unidimensional.** Las ecuaciones constitutivas de los materiales termoeléctricos así como las ecuaciones de equilibrio vendrían dadas por las siguientes expresiones:

$$j = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\sigma}{\rho} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \quad \{2.5\}$$

$$\dot{q} = \sigma \cdot T \cdot j - \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \quad \{2.6\}$$

$$\frac{\partial j}{\partial x} = 0 \quad \{2.7\}$$

$$\frac{\partial \dot{q}}{\partial x} = -j \cdot \frac{\partial V}{\partial x} \quad \{2.8\}$$

De la primera ecuación de equilibrio, {2.7}, se deduce que la densidad de corriente eléctrica tiene que ser constante en todo el dominio. Por conservación de la carga y al considerar el estado estacionario, el flujo de corriente eléctrica es constante y por tanto podemos decir que:

$$\mathbf{j} = j_0 \cdot \mathbf{e}_x \quad \{2.9\}$$

donde \mathbf{e}_x representa un vector unitario en la dirección del eje x, ver Figura 3.1.

Teniendo en cuenta las ecuaciones {2.6} y {2.9} y sustituyendo en la ecuación {2.5} se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\sigma \cdot T \cdot j_0 - \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \rho \cdot j_0^2 + \sigma \cdot j_0 \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \quad \{2.10\}$$

La ecuación {2.10} se puede describir tomando como variable la distribución espacial de temperatura T(x) y por tanto:

$$\lambda \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - j_0 \cdot \frac{\partial}{\partial x} (\sigma \cdot T) + \sigma \cdot j_0 \cdot \frac{\partial T}{\partial x} = -\rho \cdot j_0^2 \quad \{2.11\}$$

Bajo la **consideración de propiedades constantes del material**, la ecuación {2.11} se reduce a:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -\frac{\rho}{\lambda} \cdot j_0^2 \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -C_0 \quad \{2.12\}$$

donde:

$$C_0 = \frac{\rho}{\lambda} \cdot j_0^2$$

La ecuación {2.12} tiene una solución de la forma:

$$T_A(x) = -C_0 \cdot \frac{x^2}{2} + C_1 \cdot x + C_2 \quad \{2.13\}$$

El cálculo de las constantes C_1 y C_2 viene determinado por las condiciones de contorno del problema. Si la temperatura de ambos extremos es conocida:

$$T_A(x=0) = T_1$$

$$T_A(x=L) = T_2$$

El valor de las constantes viene dado por las siguientes expresiones:

$$C_1 = \frac{1}{L_A} \cdot \left(T_2 - T_1 + C_0 \cdot \frac{L_A^2}{2} \right) \quad C_2 = T_1$$

y la distribución de temperaturas a lo largo del termoelemento quedaría expresada de la siguiente forma:

$$T_A(x) = T_1 + \frac{x}{L_A} \cdot (T_2 - T_1) + \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho_A}{\lambda_A} \cdot j_0 \cdot x \cdot (L_A - x) \quad \{2.14\}$$

Nótese que la distribución de temperaturas en el interior del termoelemento se compone de un término lineal que sería el que existiría si no hubiese circulación de corriente y un término cuadrático debido al efecto Joule.

Aplicando la ecuación {2.5} se puede calcular la distribución del flujo de calor en el interior del termoelemento.

$$\begin{aligned} \dot{q}_A(x) = \sigma_A \cdot j_0 \cdot \left[T_1 + \frac{x}{L_A} \cdot (T_2 - T_1) + \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho_A}{\lambda_A} \cdot j_0^2 \cdot x \cdot (L_A - x) \right] \\ - \lambda_A \cdot \left[\frac{T_2 - T_1}{L_A} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho_A}{\lambda_A} \cdot j_0^2 \cdot (L_A - 2x) \right] \end{aligned} \quad \{2.15\}$$

y por tanto el flujo de calor tanto en la sección inicial del termoelemento como en la final se obtendría simplemente por sustitución del valor de la coordenada x.

$$\dot{q}_A(x=0) = \sigma_A \cdot j_0 \cdot T_1 - \frac{1}{2} \cdot \rho_A \cdot L_A \cdot j_0^2 - \lambda_A \cdot \frac{T_2 - T_1}{L_A} \quad \{2.16\}$$

$$\dot{q}_A(x=L_A) = \sigma_A \cdot j_0 \cdot T_2 - \frac{1}{2} \cdot \rho_A \cdot L_A \cdot j_0^2 - \lambda_A \cdot \frac{T_2 - T_1}{L_A} \quad \{2.17\}$$

Considerando que el termoelemento tiene una sección transversal de valor constante e igual a A_A y que la corriente eléctrica que circularía por el termoelemento fuese $I = j_0 \cdot A_A$, la potencia calorífica absorbida en el extremo izquierdo del termoelemento y cedida en el extremo derecho serían:

$$\dot{Q}_{A_c} = \sigma_A \cdot I \cdot T_1 - \frac{1}{2} \cdot \rho_A \cdot \frac{L}{A} I^2 - \lambda_A \cdot \frac{A_A}{L_A} \cdot (T_2 - T_1) \quad \{2.18\}$$

$$\dot{Q}_{A_h} = \sigma_A \cdot I \cdot T_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho_A \cdot \frac{L_A}{A_A} I^2 - \lambda_A \cdot \frac{A_A}{L_A} \cdot (T_2 - T_1) \quad \{2.19\}$$

Los signos de las ecuaciones anteriores se corresponden a la Figura 2.1:

- Positivos (+), sentido positivo del eje x; en x=0 cuando el flujo de calor entra en el termoelemento y en x=L cuando el flujo sale del termoelemento.
- Negativos (-), sentido negativo del eje x; en x=0 cuando el flujo sale del termoelemento y en x=L cuando el flujo entra en el termoelemento.

Considérese ahora un par termoelemento constituido por dos termoelementos, uno dopado tipo p y otro dopado tipo n, unidos entre sí por **puentes eléctricos ideales**, es decir, considerados con resistencia térmica y eléctrica nulas. Esta suposición implica que la temperatura en los extremos de los termoelementos van a coincidir con las temperatura en las superficies exteriores de los puentes eléctricos, ver Figura 2.2. En esta propuesta de tesis se denomina foco frío al foco en el cuál el efecto Peltier produce flujo de calor desde el medio hacia el sistema (par termoelemento) y para las variable asociadas a él utilizaremos el subíndice “c”². De igual forma se denomina foco caliente a aquél en el que

² El hecho de utilizar el subíndice c para referirnos al foco frío en vez del subíndice f, y utilizar el subíndice h para referirnos al foco caliente en vez del subíndice c es evitar posibles confusiones con la bibliografía escrita

el efecto Peltier produce flujo de calor desde el sistema (par termoeléctrico) hacia el medio y para las variables asociadas a él utilizaremos el subíndice “h”.

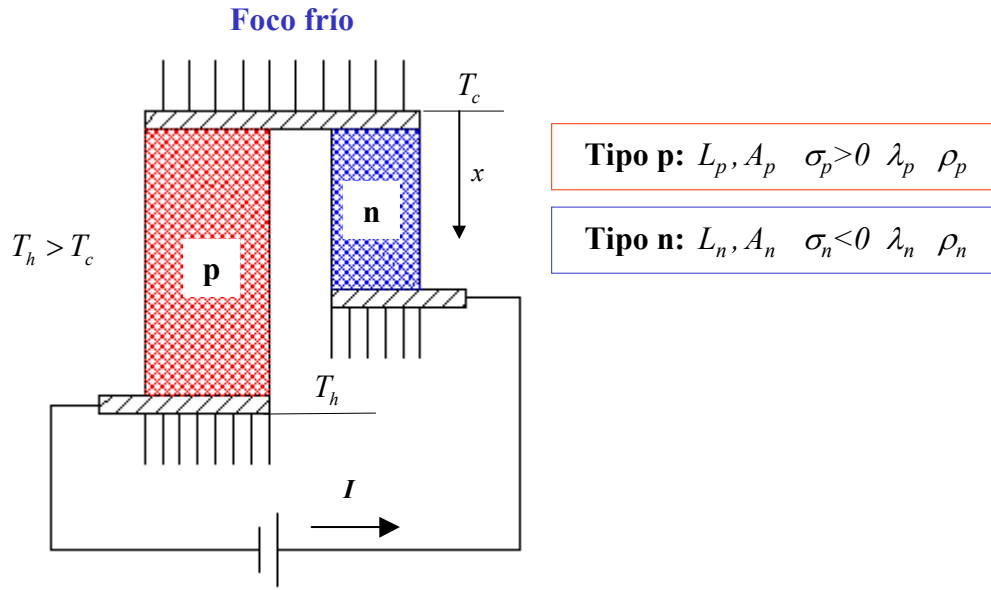


Figura 2.2. Esquema de un par termoeléctrico ideal

De acuerdo a la ecuación {2.18} el calor total absorbido del foco frío será igual a:

$$\dot{Q}_c = \dot{Q}_{p_c} + \dot{Q}_{n_c} = (\sigma_p - \sigma_n) \cdot I \cdot T_c - \frac{1}{2} \cdot I^2 \cdot \left(\rho_n \cdot \frac{L_n}{A_n} + \rho_p \cdot \frac{L_p}{A_p} \right) - \left(\lambda_n \cdot \frac{A_n}{L_n} + \lambda_p \cdot \frac{A_p}{L_p} \right) \cdot \Delta T \quad \{2.20\}$$

que se puede describir de la siguiente manera:

$$\dot{Q}_c = (\sigma_p - \sigma_n) \cdot I \cdot T_c - \frac{1}{2} \cdot I^2 \cdot R - K \cdot \Delta T \quad \{2.21\}$$

donde R representa la resistencia eléctrica y K la conductancia térmica total del par termoeléctrico, siendo ΔT la diferencia de temperaturas entre la cara caliente y fría.

$$R = \rho_n \cdot \frac{L_n}{A_n} + \rho_p \cdot \frac{L_p}{A_p} \quad \{2.22\}$$

$$K = \lambda_n \cdot \frac{A_n}{L_n} + \lambda_p \cdot \frac{A_p}{L_p} \quad \{2.23\}$$

$$\Delta T = T_h - T_c \quad \{2.24\}$$

En la ecuación {2.21} quedan perfectamente diferenciados los efectos de las dos irreversibilidades que tienen lugar en los termoelementos. Por un lado el efecto Joule, que cuando se consideran propiedades constantes del material se reparte por igual entre el foco frío y caliente, y por otro el efecto Fourier que se pone de manifiesto al existir un gradiente térmico entre el foco caliente y frío.

El efecto Peltier es controlado por el coeficiente Peltier, definido como el producto del coeficiente Seebeck del material semiconductor y la temperatura absoluta en la unión.

en inglés, donde la palabra frío se traduce como cold y la palabra caliente como hot. Se ha preferido mantener los subíndices debido a que la mayor parte de referencias utilizadas en esta propuesta están escritas en inglés.

El coeficiente Peltier está relacionado con un efecto refrigerador cuando la corriente pasa de un semiconductor tipo n a un semiconductor tipo p, y con efecto calefactor cuando la corriente pasa de un semiconductor tipo p a un tipo n. Invertiendo la polaridad de la corriente se invierte el sentido de la transferencia de calor.

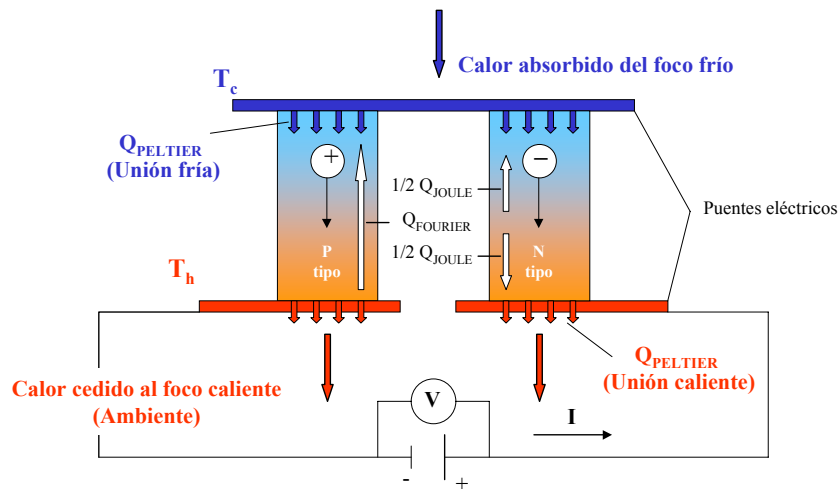


Figura 2.3. Par termoeléctrico funcionando como refrigerador

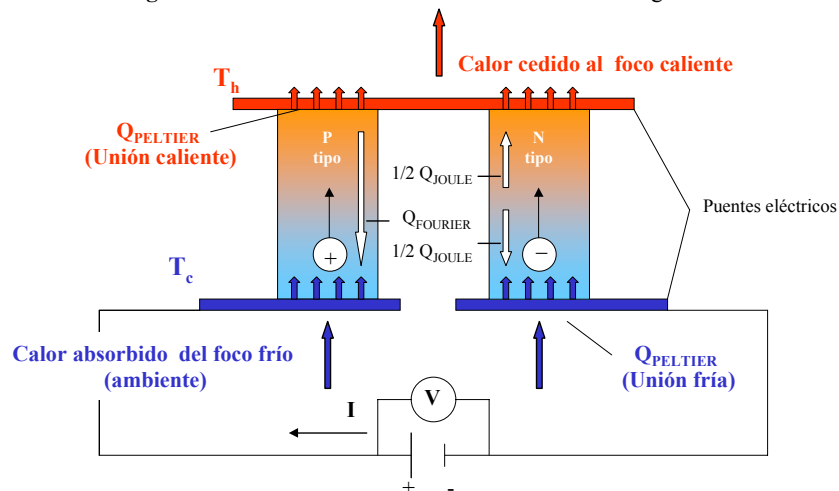


Figura 2.4. Par termoeléctrico funcionando como bomba de calor

Las ecuaciones anteriores representan expresiones tradicionales que se utilizan en el mundo de la ingeniería termoeléctrica para realizar cálculos analíticos.

La ecuación {2.21} obtenida ya por Ioeffe, A. F. en [31], representa la ecuación básica de cualquier cálculo del comportamiento de un par termoeléctrico, y también es referenciada más recientemente en [24], y [39].

Sin embargo a continuación se resumen una serie de condiciones que se han supuesto en su obtención y también simplificaciones que son fuente de errores que en algunos casos pueden llegar a ser importantes:

- **Flujo eléctrico unidimensional.** Esta suposición se puede considerar cierta en termoelementos de sección constante.
- **Flujo de calor unidimensional.** Suposición válida en termoelementos de sección constante cuando se desprecian las pérdidas de calor a través de las superficies laterales, es decir, se consideran adiabáticas. Hoy en día comienzan a aparecer en el mercado gamas de módulos termoeléctricos en los que los huecos entre termoelementos del par se rellenan con siliconas no conductoras que implican que

esta suposición sea cierta. La misión de estas siliconas conductoras a parte de servir como aislante térmico, es evitar fenómenos de condensación en el lado frío así como evitar que polvo u otras impurezas se acumulen con el tiempo.

- **Propiedades termoelectricas constantes de los materiales.** Realizar esta suposición implica despreciar el efecto Thomson. Esta suposición puede ser fuente de error porque las propiedades termoelectricas de los materiales semiconductores son función de la temperatura. Suponer propiedades constantes de los materiales semiconductores solamente es admisible cuando el salto térmico entre caras del par termoelectrico sea bastante pequeño.
- **Modelo que únicamente tiene en cuenta los dos termoelementos.** Esta suposición implica:
 - **Puentes eléctricos ideales** sin considerar su resistencia eléctrica y su resistencia térmica, ni las resistencias de contacto en las uniones entre termoelementos y puentes eléctricos.
 - **Placas cerámicas y materiales de unión a los pares termoelectricos ideales.** Las cerámicas introducen una resistencia térmica no despreciable que aumenta el salto térmico entre las caras de los termoelementos. Además el flujo de calor en estas superficies ya no se puede considerar unidimensional.

A continuación se revisan una serie de trabajos en los que se han incluido modificaciones más o menos complejas sobre las ecuaciones que rigen los fenómenos termoelectricos, y que solucionan algunos o todos los problemas que plantean las simplificaciones aplicadas en la obtención de las ecuaciones básicas.

2.1.2 PROPIEDADES TERMOELÉCTRICAS EN FUNCIÓN DE LA TEMPERATURA

2.1.2.1 Coeficiente Seebeck función de la temperatura

Aunque las fórmulas anteriores representan una buena aproximación a la hora de realizar diseños de aplicaciones termoelectricas, no es realista asumir que el coeficiente Seebeck, la resistividad eléctrica y la conductividad térmica de los termoelementos que constituyen un par termoelectrico sean independientes de la temperatura. Los errores que se cometen al asumir esta simplificación pueden ser importantes sobre todo cuando los pares termoelectricos trabajan bajo saltos térmicos grandes.

En este caso, y volviendo a trabajar con el modelo unidimensional, en el que las paredes laterales son adiabáticas, la ecuación a resolver para obtener la distribución de temperaturas a lo largo del termoelemento vendría dada por la siguiente expresión:

$$\frac{d}{dx} \left[\lambda_{p,n}(T) \cdot A_{p,n} \cdot \frac{dT}{dx} \right] \mp I \cdot T \cdot \frac{d\sigma_{p,n}(T)}{dT} \cdot \frac{dT}{dx} + \frac{I^2 \cdot \rho_{p,n}(T)}{A_{p,n}} = 0 \quad \{2.25\}$$

Ecuación diferencial de segundo orden con coeficientes no constantes, que no tiene solución analítica. Una simplificación que realizó Ioeffe, A. F. en [31], y también empleada por Yu, G. en [56] y Arenas, A. en [2], es considerar valores promedios tanto de la conductividad térmica como la resistividad eléctrica en el rango de temperaturas en el que trabaja el par termoelectrico. Esta aproximación es aceptable si se tiene en cuenta que los efectos irreversibles que caracterizan estas propiedades son fenómenos volumétricos que tienen lugar a lo largo de todo el termoelemento. De hecho Ioeffe, A. F. en [31]

propone el uso del valor promedio del producto de $\rho\lambda$ en vez del producto del valor medio de las dos propiedades por separado.

Los tres trabajos anteriores muestran una forma de considerar de alguna manera la dependencia del coeficiente Seebeck con la temperatura en los materiales termoeléctricos. Realizar los cálculos con el valor medio del coeficiente Seebeck en el rango de temperaturas de trabajo de los termoelementos representa con mayor exactitud la influencia del efecto Thomson que la consideración del valor del coeficiente Seebeck a la temperatura que se encuentra la unión fría. Sin embargo, sigue siendo necesario considerar un valor constante para la conductividad térmica y la resistividad eléctrica.

2.1.2.2 Dependencia con la temperatura de la resistividad eléctrica y la conductividad térmica de los termoelementos

Buist, R. J en [9] propone trabajar con las ecuaciones que definen el comportamiento de un termoelemento en las que se consideran constantes las propiedades termoeléctricas por su sencillez. Así para un termoelemento genérico con coeficiente Seebeck σ , resistividad eléctrica ρ , y conductividad térmica λ , de sección transversal A y longitud L , la potencia frigorífica absorbida por el termoelemento en el foco frío vendría dada por la siguiente expresión:

$$\dot{Q}_c = \sigma \cdot I \cdot T_c - \frac{1}{2} \cdot I^2 \cdot \rho \cdot \frac{L}{A} - \lambda \cdot \frac{A}{L} \cdot (T_h - T_c) \quad \{2.26\}$$

La potencia calorífica cedida en el foco caliente sería:

$$\dot{Q}_h = \sigma \cdot I \cdot T_h + \frac{1}{2} \cdot I^2 \cdot \rho \cdot \frac{L}{A} - \lambda \cdot \frac{A}{L} \cdot (T_h - T_c) \quad \{2.27\}$$

A partir de estas dos ecuaciones se puede despejar el valor de la temperatura en el foco frío en función de la potencia calorífica cedida al foco caliente.

$$T_c = T_h - \frac{L}{\lambda \cdot A} \cdot \left(\sigma \cdot I \cdot T_h + \frac{1}{2} \cdot I^2 \cdot \rho \cdot \frac{L}{A} - \dot{Q}_h \right) \quad \{2.28\}$$

La potencia eléctrica consumida por el termoelemento sería:

$$P_e = \sigma \cdot I \cdot (T_h - T_c) + I^2 \cdot \rho \cdot \frac{L}{A} \quad \{2.29\}$$

Con las ecuaciones anteriores, y al considerar propiedades constantes de los materiales solamente se obtienen resultados próximos a los reales cuando se trabaja con saltos térmicos muy pequeños. La gran ventaja de las mismas es su sencillez. El método que plantea Buist, R. J. es subdividir el termoelemento en pequeños segmentos y aplicar a cada uno de ellos las ecuaciones anteriores, ver Figura 2.5.

Este autor propone usar como datos la temperatura del termoelemento en el foco caliente, T_h , y la potencia calorífica cedida al foco caliente \dot{Q}_h . Tomando como datos estas dos variables, el cálculo de la distribución de temperatura a lo largo del termoelemento se puede hacer desde la base, sin mayor dificultad, evaluando las propiedades termoeléctricas del material en cada uno de los segmentos a la temperatura del lado caliente.

En [9] se muestran los resultados sobre un termoelemento, que se dividió en 20 segmentos. Se fijó la temperatura en el foco caliente en 27°C. Para una intensidad dada, se calculó la potencia que se absorbería en el foco frío, \dot{Q}_{c_n} , correspondiente al segmento n . Como se supone que el mayor error entre considerar propiedades constantes y en función

de la temperatura se produce cuando el salto térmico en el interior del termoelemento es máximo, el proceso de cálculo se repite restando a la potencia calorífica inicial el valor \dot{Q}_{c_n} . En 2 o 3 iteraciones el valor de \dot{Q}_{c_n} se aproxima suficientemente a cero. Se varió el valor de la corriente eléctrica de forma paramétrica hasta obtener la corriente que hace que la temperatura en el lado frío del termoelemento sea mínima.

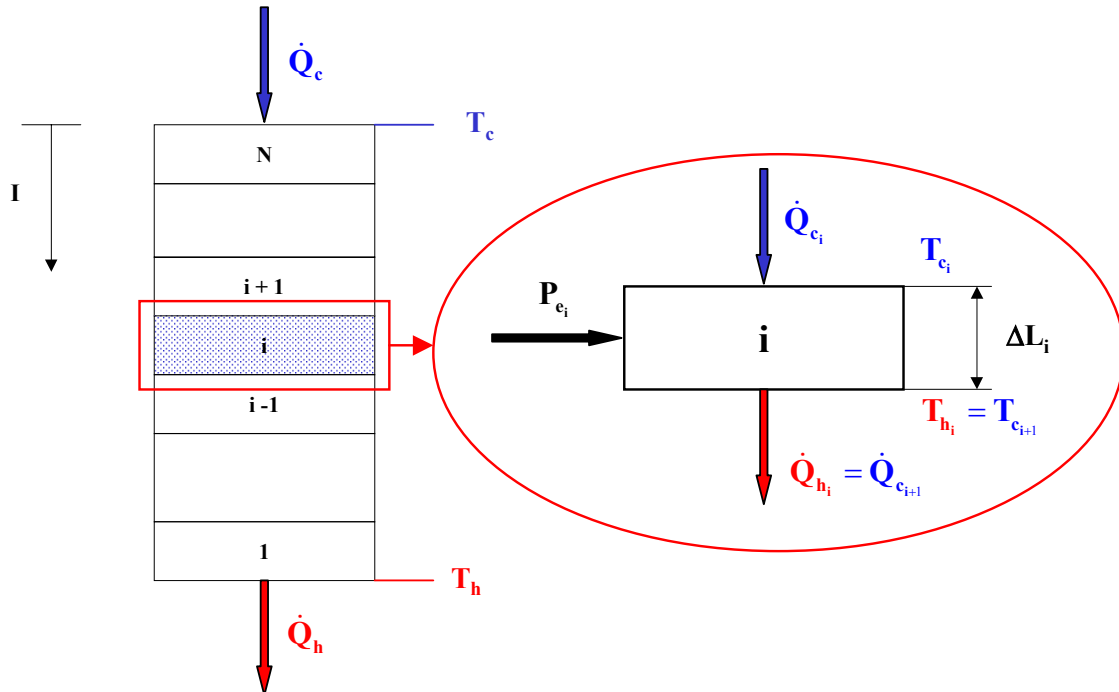


Figura 2.5. Esquema del modelo propuesto por Buist, R. J.

Una de las ventajas de este método es que aunque en el artículo, la carga térmica en el foco frío es nula, se puede añadir dicha carga térmica, o considerar el calor absorbido por radiación o convección en las caras laterales de cada segmento, introduciendo un nuevo término en el balance térmico. Este método ha sido comparado por el autor del trabajo con los resultados de tres modelos analíticos clásicos en la literatura termoelectrica.

El primero de ellos llamado $P(T_{hot})$ consiste en utilizar las fórmulas con propiedades constantes, evaluadas a la temperatura del foco caliente, T_h . En teoría este método debería sobrestimar los resultados porque la figura de mérito de los materiales termoelectricos suele aumentar con la temperatura. La ventaja de este método es que no necesita ninguna iteración.

El segundo de ellos referenciado como $P(T_{avg})$, es muy similar al primero pero evalúa las propiedades a la temperatura media entre los extremos del termoelemento. No hay que confundirlo con la simplificación propuesta por Ioeffe, A. F. que evaluaba el coeficiente Seebeck a la temperatura media geométrica. Este método necesariamente es iterativo porque no se conoce la temperatura media T_{avg} .

El tercer método llamado P_{avg} , utiliza valores medios de las propiedades termoelectricas. Como la variación del coeficiente Seebeck depende del gradiente de temperaturas, el valor medio se calcula integrando el coeficiente Seebeck entre las temperaturas del foco frío y caliente. El valor medio de la conductividad térmica y la resistividad eléctrica, al ser funciones que dependen de la coordenada espacial se calcularon mediante la integral con respecto a la posición a lo largo del termoelemento. Esta es una forma un poco más compleja de determinar las propiedades termoelectricas efectivas de los termoelementos.

El primero de los métodos analíticos sobrestimaba el salto térmico máximo para intensidades bajas, pero seguía subestimando el valor del salto térmico máximo comparando los resultados con el método numérico propuesto. Esto es debido a que el método numérico planteado incluye de forma intrínseca el efecto del coeficiente Thomson y comparado con el tercer método analítico puede significar un aumento en el salto térmico máximo de hasta 4°C aumentando la intensidad máxima de trabajo del módulo. Ninguno de los métodos analíticos ($P(T_{\text{hot}})$, $P(T_{\text{avg}})$, P_{avg}) se ajustaba bien al método numérico cuando la corriente eléctrica era elevada.

El tercer método analítico planteado (P_{avg}), ajustaba de forma casi perfecta la distribución de la potencia eléctrica consumida a lo largo del termoelemento comparada con los resultados del método numérico, lo que demuestra la viabilidad de utilizar los valores medios de resistividad eléctrica y conductividad térmica integrando a lo largo de la posición del termoelemento al menos para modelar la impedancia dinámica del par termoeléctrico.

Lau, P. G. y Buist, R. J. han empleado esta misma técnica para realizar el estudio de un par termoeléctrico completo, incluyendo los puentes eléctricos y las placas cerámicas analizando también el transitorio térmico en [34]. También ha sido estudiado por ellos el comportamiento de un termoelemento trabajando como generador termoeléctrico en [35].

La ventaja de este método es su sencillez al utilizar las fórmulas analíticas tradicionales, permite considerar el coeficiente Seebeck, la conductividad térmica y la resistividad eléctrica como función de la temperatura, y que los laterales de los termoelementos no sean adiabáticos lateralmente.

Utilizando una técnica parecida, Drabkin, I. y Dashevsky, Z. en [17] han estudiado también el comportamiento de un termoelemento considerando propiedades función de la temperatura. Estos autores señalan que en la optimización del comportamiento de un termoelemento no es tan importante la distribución de temperaturas en el interior del mismo como las condiciones de contorno en los extremos. En el artículo proponen un modelo que utiliza una solución aproximada de la distribución de temperaturas en el interior del termoelemento y expresiones exactas para el cálculo de las potencias absorbida y cedida en los extremos del mismo.

Estos autores han utilizado esta técnica para establecer criterios a la hora de seleccionar materiales termoeléctricos en [16] y en el estudio de termoelementos segmentados en [15], es decir, termoelementos constituidos por diferentes capas de materiales termoeléctricos cuya longitud está optimizada de acuerdo al salto térmico en el que va a trabajar.

Un método muy similar ha sido empleado por Whitlow, L. W. en [55] donde se analiza un termoelemento segmentado para mejorar la eficiencia como generador termoeléctrico cuando el par está sometido a un gradiente de temperaturas muy grande.

El último trabajo que se ha hecho hasta la fecha en el que se analiza la distribución de temperaturas en el interior de un termoelemento está descrito en [38] y [48]. En estos dos artículos se plantea la resolución de la ecuación {2.10} considerando coeficientes no constantes con la temperatura. Müller, E. y Seifert, W. utilizan el programa comercial Mathematica que permite la resolución de la ecuación diferencial con coeficientes no constantes pero solamente cuando las condiciones de contorno aplicadas al problema son de tipo mixto. En este caso, la dependencia con la temperatura de dichos coeficientes se introduce a través de expresiones polinómicas que se ajustan a datos experimentales de las

mismas. Para muchos materiales termoeléctricos polinomios de segundo o tercer orden reflejan bastante bien su comportamiento.

Retomando la ecuación {2.10}

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\sigma \cdot T \cdot j_0 - \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \rho \cdot j_0^2 + \sigma \cdot j_0 \cdot \frac{\partial T}{\partial x}$$

y teniendo en cuenta las siguientes relaciones:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial x} = \frac{d\lambda}{dT} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \quad \{2.30\}$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \frac{d\sigma}{dT} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \quad \{2.31\}$$

se obtiene la siguiente ecuación:

$$\lambda(T) \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{d\lambda(T)}{dT} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} - j_0 \cdot T \cdot \frac{d\sigma(T)}{dT} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} = -\rho(T) \cdot j_0^2 \quad \{2.32\}$$

Para la resolución de la ecuación {2.32} mediante Mathematica era necesario fijar el flujo de calor y la temperatura en uno de los extremos pudiéndose aplicar un método iterativo para llegar a la solución.

La diferencia entre el caso en el que simularon las propiedades en función de la temperatura y el caso en que se trabaja con valores promedios fue que la temperatura en la cara fría era 3°C inferior en el primer caso debido a la absorción de calor que se produce en el interior del termoelemento por efecto Thomson. La solución de la ecuación diferencial se comportaba de manera estable, probablemente porque el cambio en las propiedades en el rango de temperaturas de trabajo de los termoelementos no era muy grande.

2.1.2.3 Efectos térmicos no considerados en el caso ideal

Hasta este momento, todos los trabajos referenciados en el estado del arte están centrados en modelos unidimensionales que caracterizan el comportamiento de un termoelemento resaltando la importancia de considerar propiedades no constantes de los termoelementos. Sin embargo, un módulo termoeléctrico tiene otros componentes que no suelen ser tenidos en cuenta pero que pueden llevar a cometer errores no despreciables. Existen dos problemas de carácter térmico:

- Transmisión de calor por efecto Fourier a través de la silicona en el hueco que queda entre los termoelementos del par termoeléctrico.
- Transmisión de calor en las interfases entre el par termoeléctrico y el foco frío y caliente.

Estos dos problemas están relacionados entre sí. Reducir la distancia entre los termoelementos, lo que disminuiría el puente térmico a través del aislamiento, implica también reducir el área total del material que une el par termoeléctrico con el foco frío y caliente aumentando por tanto su resistencia térmica. En [22] se trata este problema de forma unidimensional bajo las siguientes condiciones:

- Par termoeléctrico con propiedades constantes, termoelementos tipo p y n idénticos en dimensiones y con las mismas propiedades termoeléctricas.

- El espacio entre los termoelementos tiene una sección transversal que es una fracción, g , de la sección transversal de los termoelementos y está rellanado con un material aislante de conductividad térmica λ_I .

El segundo problema se debe a la necesidad de aislar eléctricamente el par termoeléctrico del foco frío y caliente para evitar posibles cortocircuitos con los mismos. Este aislante eléctrico, que suele ser o bien una silicona no conductora o placas cerámicas de AlN o Al₂O₃, tiene una conductancia térmica por unidad de área de valor k_c . Si el par termoeléctrico tiene una sección transversal de valor $A=A_n+A_p$, la sección transversal de las placas cerámicas será $A \cdot (1+g)$ y la conductancia térmica en cada una de esas interfases será $k_c \cdot A \cdot (1+g)$.

El salto térmico entre las caras del par termoeléctrico ΔT se puede expresar como la suma del salto térmico entre foco frío y caliente ΔT^* más la suma del incremento de temperatura que se produciría debido a las placas cerámicas:

$$\Delta T = \Delta T^* + \frac{\dot{Q}_c \cdot \left(2 + \frac{1}{\varepsilon_f}\right)}{k_c \cdot A \cdot (1+g)} \quad \{2.33\}$$

donde ε_f es la eficiencia frigorífica del par termoeléctrico definida como el cociente entre la potencia frigorífica absorbida del foco frío y la potencia eléctrica consumida.

Si los termoelementos pudiesen tener una longitud muy grande, el valor de g prácticamente sería nulo, y al mismo tiempo, la diferencia de temperaturas entre caras del termoelemento sería muy similar a la diferencia de temperaturas entre foco frío y caliente, puesto que al aumentar L , también se debe aumentar la sección transversal de los termoelementos para mantener la esbeltez. Sin embargo el coste de los materiales termoeléctricos fija las longitudes de los mismos en aplicaciones comerciales por debajo de los 3 milímetros.

La optimización del valor de g para una longitud de los termoelementos tiene diferentes soluciones dependiendo del punto de trabajo del par termoeléctrico:

- Máxima eficiencia frigorífica, normalmente cuando se trabaja con saltos térmicos elevados.
- Máxima potencia frigorífica, normalmente cuando se trabaja con saltos térmicos bajos.
- Máximo salto térmico con carga térmica nula en el lado frío.

El último caso es el planteado en [22]. Bajo las condiciones de salto térmico máximo en un par termoeléctrico ideal, la potencia calorífica cedida al foco caliente simplemente es la potencia eléctrica consumida por dicho par.

Los resultados que se muestran en [22], trabajando con valores comunes en las propiedades de los materiales termoeléctricos, así como en la conductividad térmica del aislante entre termoelementos y placas cerámicas, confirman que para longitudes de termoelemento entre 2 y 3 mm, el salto térmico real sería como mucho entre un 85% y un 90% del valor que alcanzaría en un par termoeléctrico ideal. Lo que demuestra la necesidad de incluir dentro del modelo tanto el material aislante entre termoelementos como las placas cerámicas. Además en este último caso, la transmisión de calor se

produciría en tres dimensiones, no siendo real la suposición de modelo unidimensional considerada en este artículo.

2.1.2.4 Resistencias eléctricas de contacto

La resistencia en la unión de los termoelementos con los puentes eléctricos puede llegar a ser significativamente mayor que la resistencia eléctrica volumétrica del termoelemento. Estas resistencias lo que hacen es aumentar la generación de calor irreversible por efecto Joule tanto en la cara fría del termoelemento, oponiéndose directamente al calor absorbido en la unión fría por efecto Peltier, como en el lado caliente, donde aumenta la cantidad de calor cedida al foco caliente. Ambos efectos producen un aumento en el consumo eléctrico del par termoeléctrico.

La resistencia eléctrica de contacto es normalmente inversamente proporcional a la sección transversal del termoelemento, su efecto se puede minimizar aumentando su sección transversal. Sin embargo, si se tiene en cuenta que el valor que optimiza la eficiencia de un par termoeléctrico es la esbeltez L/A , un aumento de sección transversal implicaría también un aumento en la longitud de los termoelementos para mantener la misma esbeltez de termoelemento. Uno de los parámetros a minimizar en los termoelementos es su volumen, ya que esto reduciría el material utilizado en la fabricación de los módulos y por tanto su coste.

Cuando existe una resistencia de contacto elevada, la reducción de longitud L de los termoelementos por debajo de un cierto valor puede perjudicar al funcionamiento de los termoelementos, necesitando un número mayor de pares termoeléctricos para obtener la misma potencia frigorífica.

Parrot y Penn han estudiado la optimización de la potencia frigorífica para un volumen determinado de material termoeléctrico de un termoelemento. Estos autores suponen que la resistencia eléctrica de contacto del par termoeléctrico es r_c y que se reparte por igual entre foco frío y caliente.

De esta forma por ejemplo, la potencia frigorífica absorbida en el foco frío del termoelemento vendría dada por la ecuación {2.21} añadiendo al término del efecto Joule, el de la resistencia de contacto.

$$\dot{Q}_c = (\sigma_p - \sigma_n) \cdot I \cdot T_c - \frac{1}{2} \cdot I^2 \cdot \left(R + \frac{r_c}{A} \right) - K \cdot \Delta T \quad \{2.34\}$$

siendo la potencia eléctrica consumida por dicho par termoeléctrico:

$$P_e = (\sigma_p - \sigma_n) \cdot I \cdot (T_h - T_c) + I^2 \cdot \left(R + \frac{r_c}{A} \right) \quad \{2.35\}$$

el efecto es el mismo que añadir un sumando a la resistencia volumétrica de los termoelementos:

$$R^* = \left(R + \frac{r_c}{A} \right)$$

Es decir la resistividad efectiva del par termoeléctrico sería:

$$\left(\rho + \frac{r_c}{L} \right)$$

La optimización de la longitud de los termoelementos considerando la resistencia de contacto se puede plantear para los puntos característicos de un par termoeléctrico, potencia frigorífica máxima, o máxima eficiencia.

En [21] se presenta un resumen de los resultados obtenidos por Parrot y Penn. Para el caso de trabajar con eficiencia máxima, el ratio $r_c / \rho \cdot L$ que optimiza la cantidad de material utilizado es 2.5, sin embargo para este valor de longitud del termoelemento, la eficiencia del par termoeléctrico es aproximadamente un séptimo más pequeña que la que tendría un par termoeléctrico de la misma longitud sin resistencia de contacto. De hecho para un termoelemento con una longitud del orden de 2 mm, el factor $r_c / \rho L$ no debe de superar el valor de 0.1, lo que supondría una reducción con respecto a la eficiencia del par termoeléctrico aproximada de un 5%. Hoy en día las resistencias de contacto de los puentes eléctricos unidos a termoelementos de aleaciones de bismuto y telurio tienen valores del orden de $10^{-9} \Omega \text{m}^{-2}$.

Un modelo similar que analiza la influencia de las resistencias de contacto en un par termoeléctrico trabajando en generación se ha descrito en [14].

Nótese que la resistencia de contacto en las uniones de los diferentes componentes del par termoeléctrico no debe confundirse con la propia resistencia eléctrica que introducen los puentes eléctricos. En general, dicha resistencia se considera despreciable porque la conductividad eléctrica del cobre es elevada. Cuando la sección transversal de los puentes eléctricos no es muy grande podría ser no despreciable.

2.2 OTROS MODELOS TERMOELÉCTRICOS

En los próximos párrafos se describen una serie de modelos que consideran los problemas comentados previamente. Uno de los modelos más sencillos es el propuesto por Stockholm, J. G. en [50] en el que se resuelve un par termoeléctrico considerando un intercambiador de calor en cada uno de los lados del módulo termoeléctrico. La salida del modelo son la potencia frigorífica, potencia calorífica, eléctrica y la temperatura en ambos lados del módulo termoeléctrico.

El modelo implementado se muestra en la Figura 2.6. El modelo matemático consta de 6 ecuaciones con seis incógnitas obtenidas a través del balance térmico. La base del modelo son las ecuaciones que definen el comportamiento de un par termoeléctrico ideal con las siguientes consideraciones para simplificarlo:

- No se considera la resistencia térmica de las placas cerámicas ni de los puentes eléctricos. Dicho de otra manera, las temperaturas en los extremos de los termoelementos son iguales a la de las superficies de unión del módulo termoeléctrico a los disipadores respectivos.
- Todos los termoelementos están conectados eléctricamente en serie y térmicamente en paralelo. Tienen la misma geometría, y propiedades diferenciándose en el signo del coeficiente Seebeck.
- El calor por efecto Joule que se produce en el interior de los termoelementos se reparte por igual entre el lado frío y caliente del termoelemento. Este autor afirma que esta suposición es correcta cuando las propiedades del material termoeléctrico son funciones lineales de la temperatura. Los materiales termoeléctricos tienen un pequeño término de segundo orden que por lo general es despreciable considerando el salto térmico bajo el que trabajan los termoelementos.

- Las paredes laterales de los termoelementos son adiabáticas.
- El puente térmico entre la caras de los disipadores del foco frío y del foco caliente se expresa a través de una conductividad térmica. Según Stockholm, J. G., la experiencia práctica demuestra que estas pérdidas se pueden aproximar utilizando las temperaturas medias de las bases de los disipadores. La temperatura de la base de un intercambiador de agua es la temperatura de la pared en contacto con el módulo termoelectrico. En el caso de un disipador de aletas, la temperatura media de la base del disipador, que por lo general no es uniforme.

La forma de modelar las propiedades termoelectricas de los pares termoelectricos es utilizando unas expresiones polinómicas dadas por el fabricante de módulos termoelectricos Melcor, obtenidas al ensayar módulos termoelectricos completos, y que por tanto de alguna forma incluyen el efecto de las placas ceramicas y puentes electricos. Estas expresiones están dadas en función de la temperatura media entre la cara fría y caliente del módulo, T_m .

$$\rho(T_m) = (10,8497 + 0,0535 \cdot (T_m - 296,15) + 62,8 \cdot 10^{-6} \cdot (T_m - 296,15)^2) \cdot 10^{-6} \quad \{2.36\}$$

$$\sigma(T_m) = (210,9019 + 0,34426 \cdot (T_m - 296,15) - 0,9904 \cdot 10^{-3} \cdot (T_m - 296,15)^2) \cdot 10^{-6} \quad \{2.37\}$$

$$\lambda(T_m) = 1,65901 - 3,32 \cdot 10^{-3} \cdot (T_m - 296,15) + 41,3 \cdot 10^{-6} \cdot (T_m - 296,15)^2 \quad \{2.38\}$$

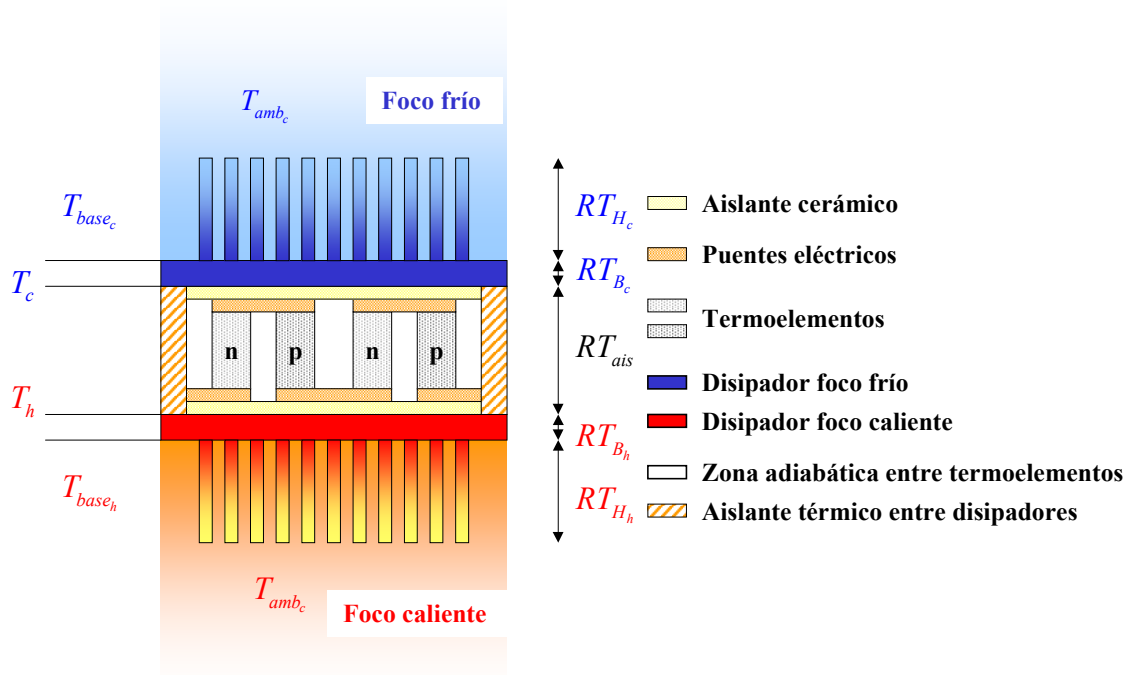


Figura 2.6. Esquema del modelo propuesto por Stockholm, J. G.

En el modelo se establecen dos tipos de resistencia térmica entre los elementos disipadores y el módulo termoelectrico. Una resistencia térmica de tipo hidráulico entre el fluido refrigerado (calentado) y el sistema de disipación del foco frío (foco caliente), designada con el nombre RT_H , que está asociada a los fenómenos convectivos en la transmisión de calor, y otra resistencia térmica asociada a los fenómenos de conducción térmica en la base de esos sistemas de disipación, designada con el nombre de RT_B . También se considera la resistencia térmica del aislante térmico que se sitúa entre los dos disipadores.

Si se plantea los balances térmicos en cada una de las interfases del modelo se llega a un sistema lineal de ecuaciones que tiene como incógnitas las temperaturas en la cara caliente y fría del módulo termoelectrico, las potencias frigorífica y calorífica, y las temperaturas en las bases de los disipadores. La resolución del sistema se tiene que realizar de forma iterativa, evaluando en la primera iteración las propiedades termoelectricas a la temperatura media entre el foco frío y el foco caliente, hasta ajustar la temperatura en las caras fría y caliente del módulo termoelectrico.

Este modelo permite obtener de manera rápida resultados sobre las posibilidades de una determinada aplicación termoelectrica.

Como inconvenientes, puede que simplifique en demasía el modelo del módulo termoelectrico, siendo imposible poder optimizar el tamaño del módulo y analizar la influencia de los fenómenos irreversibles en el mismo.

Modelos similares a este pero más completos han sido planteados por Arenas, A. en [2] y por Kondratiev, D. en [33]. En ambos casos están centrados en analizar más en detalle los diferentes componentes del par termoelectrico, considerando la influencia de los puentes eléctricos y placas cerámicas y en el caso de Arenas, A. el material de unión entre los diferentes elementos.

2.3 RESOLUCIÓN DEL COMPORTAMIENTO DE UN PAR TERMOELÉCTRICO MEDIANTE ANALOGÍA ELÉCTRICA

La analogía existente entre los problemas eléctrico y térmico ha permitido que varios grupos de investigación hayan estudiado el comportamiento de un par termoelectrico resolviendo la malla eléctrica equivalente.

A partir de las ecuaciones que rigen el comportamiento de un módulo termoelectrico se puede plantear un circuito eléctrico en el que los nodos del mismo representan las temperaturas en las diferentes interfases del módulo termoelectrico y en el que las fuentes de intensidad representan la potencia consumida por el par, la potencia calorífica extraída del foco frío, y cedida al foco caliente. Las resistencias eléctricas representan las resistencias térmicas al paso del flujo de calor de cada uno de los elementos que componen el módulo termoelectrico, ver Figura 2.7.

Las resistencias Rt_{f_h} , Rt_{f_c} y los condensadores C_h , C_c son función de los flujos de aire de los sistemas de disipación en el foco caliente y frío y del calor específico de los refrigerantes. Modelan la resistencia térmica que introducen dichos flujos de aire en estado estacionario y en el transitorio térmico del módulo termoelectrico.

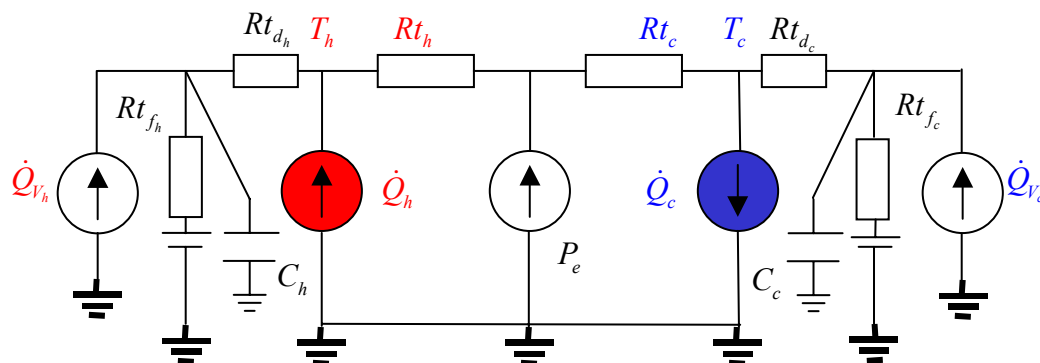


Figura 2.7. Esquema eléctrico equivalente de un módulo termoelectrico

Las resistencias eléctricas Rt_{d_h} , y Rt_{d_c} modelan las resistencias térmicas que introducen los sistemas de disipación, son función del área que tienen para la transmisión de calor y del coeficiente de convección medio.

Las resistencias eléctricas Rt_h y Rt_c son función de la conductividad térmica de los termoelementos, la geometría de los termoelementos, también deben de incluir el efecto del aislamiento térmico entre termoelementos así como el efecto que introducen las placas cerámicas del módulo termoelectrico.

Las fuentes de intensidad \dot{Q}_{V_h} y \dot{Q}_{V_c} representan el aporte de calor que supone la fricción de los ventiladores instalados en el sistema de disipación. Hay autores que suponen que es un 9% del calor absorbido en el foco frío.

La fuente de intensidad \dot{Q}_c , el calor absorbido del foco frío por efecto Peltier:

$$\dot{Q}_c = -\sigma \cdot T_c$$

La fuente de intensidad \dot{Q}_h , el calor cedido en la cara caliente del módulo termoelectrico por efecto Peltier

$$\dot{Q}_h = \sigma \cdot T_h$$

La fuente de intensidad P_e representa la potencia eléctrica consumida por el módulo termoelectrico

$$P_e = V \cdot I$$

La resolución de mallas de este tipo es bastante simple utilizando programas comerciales como PSPICE. En los casos en que la propiedades de los componentes no son constantes pero en las que la variación con la temperatura es conocida o en problemas en que las condiciones de contorno son parte de la solución, el problema no tiene solución analítica pero puede ser resuelto numéricamente de esta forma.

Este sistema ha sido evaluado en diferentes pruebas y la desviación de los resultados con respecto a soluciones analíticas es despreciable y el método converge de manera más rápida que otros modelos analíticos. El problema planteado en cada iteración es un sistema lineal de ecuaciones reduciéndose el error cuando se disminuye el incremento temporal entre iteraciones sucesivas. Las bases de modelos de este tipo se muestran en [10]. Este método ha sido estudiado en detalle por González Vián J. G. y otros en [27], y se ha empleado en el estudio de diferentes aplicaciones prácticas como un humidificador [30], un expositor de vinos [25], y un secadero de quesos [26]. Otros investigadores también han realizado trabajos similares en este campo, un modelo simplificado del explicado en esta propuesta, sin tener en cuenta el efecto de los disipadores se referencia en [11].

2.4 METODOS NUMÉRICOS

Las técnicas numéricas no están muy extendidas en el estudio de los fenómenos termoelectricos aunque sí se utilizan para analizar otros aspectos de los módulos termoelectricos. Así por ejemplo, el método numérico de los elementos finitos se utiliza para el análisis de tensiones térmicas que pueden aparecer en la unión de los diferentes materiales que componen el módulo termoelectrico cuando este está sometido a un gradiente de temperaturas elevado. En [12] se ha utilizado el programa Nastran con este fin. En [52], donde se describe el proceso de fabricación de un módulo termoelectrico para generación, también se menciona que se ha realizado un estudio por elementos finitos de

las uniones entre los diferentes materiales que componen el módulo termoelectrico.

También se han desarrollado modelos numéricos para simular los sistemas de disipación. Así por ejemplo en [36] se ha modelado un sistema de aletas funcionando bajo condiciones de convección natural. Otras veces, como en la tesis doctoral [5], se recurre a programas de Mecánica de Fluidos Computacional como es FLUENT (programa comercial de volúmenes finitos) para simular el comportamiento de los disipadores.

Aunque en [38] se menciona que hasta la fecha todavía no se han llevado a cabo análisis por métodos numéricos que estudien de forma completa el comportamiento de los módulos termoelectricos, esto no es del todo cierto. Así por ejemplo Anatyck, L. I en [1] calcula numéricamente la distribución de corriente eléctrica en los diferentes componentes de un par termoelectrico bidimensional y Okumura, H. en [40] ha estudiado en dos dimensiones los efectos termogalvanomagnéticos. En este último artículo no se detalla el método numérico empleado. En esta Universidad se han desarrollado dos aplicaciones en las que se ha analizado el comportamiento de los módulos termoelectricos mediante el método de los elementos finitos. Arenas, A. en el capítulo 6 de [2] desarrolla un modelo en dos dimensiones por elementos finitos de un par termoelectrico incluyendo soldaduras, puentes eléctricos y placas cerámicas, que permite considerar las propiedades de cualquier material en función de la temperatura. En dicha tesis se ha utilizado el programa comercial ANSYS, que cuenta con las suficientes validaciones como para no ofrecer ninguna duda sobre las garantías de su aplicabilidad al problema en estudio. Aunque el programa ANSYS permite el estudio en dos o en tres dimensiones, en la tesis se han utilizado modelos en dos dimensiones, que, si bien no representan con total fidelidad los fenómenos reales, sí suponen una buena aproximación, ya que, fundamentalmente, es en dos dimensiones como se desarrollan los flujos eléctricos en las cadenas que conforman la célula y, también, en dos dimensiones se establecen los flujos térmicos en los termoelementos, elementos de soldadura y elementos puente; únicamente en las placas disipadoras se producirán flujos térmicos en tres dimensiones.

ANSYS es el nombre comercial de un programa de cálculo por elementos finitos para la resolución de problemas lineales y no lineales mediante el algoritmo de *Newton-Rapson*. Sus aplicaciones más inmediatas y conocidas son las del análisis estructural, térmico, eléctrico y sus combinaciones, contando en estas aplicaciones con las suficientes validaciones como para considerarlo de suficiente fiabilidad en sus cálculos.

Este programa dispone de un entorno para la programación de subrutinas con un lenguaje propio (APDL³), aunque cuenta también con numerosas facilidades para su uso a través de un sistema de ventanas y menús desplegables. Los estudios realizados en dicha tesis se han llevado a cabo con subrutinas escritas en el lenguaje citado, lo que ha permitido parametrizar los modelos geométricos y realizar el estudio de numerosos casos de cargas y condiciones de contorno. Parte de estos resultados han sido publicados en [4].

La estructura del programa implementado para el estudio consta de una subrutina principal que controla la subrutina para la introducción de datos así como la subrutina Peltier.

El programa cuenta en su biblioteca con dos tipos de elementos que permiten estudiar los problemas de flujos térmicos y eléctricos acoplados: el elemento PLANE 67 para problemas en dos dimensiones y el elemento SOLID 69 para problemas en tres dimensiones. Sin embargo, no existe ningún tipo de elemento que tome en consideración

³.- ANSYS Parametric Design Language.

de forma específica el efecto *Peltier* como acción a considerar de forma simultánea junto con los otros dos efectos que sí están acoplados entre sí: el efecto *Fourier* y el efecto *Joule*.

La carencia en el programa ANSYS de algoritmos para estudiar el efecto Peltier se ha suplido en este trabajo con el diseño de una subrutina específica para el elemento utilizado, PLANE 67.

Una vez obtenida la distribución de temperaturas y de flujo de corriente eléctrica en todos los nodos del mallado, esta subrutina calcula la potencia térmica que puede producirse por efecto Peltier y lo incorpora como una carga externa, con el sentido que le corresponda, en cada uno de los nodos. Ello es posible porque el programa ANSYS permite la incorporación de cargas (potencias térmicas) externas en cualquier nodo y porque las potencias térmicas *Peltier* pueden ser calculadas a partir de la corriente eléctrica que circula y de las temperaturas en cada nodo. El autor indica que dichas potencias térmicas *Peltier* deben calcularse a través de las corrientes eléctricas a través de cada nodo y no de las que pudieran obtenerse de las diferencias de potencial. Estos potenciales no son correctos al no haber introducido ninguna modificación en ellos por el efecto *Seebeck*.

Como las potencias térmicas *Peltier* se producen en las superficies de separación entre materiales distintos cuando una corriente eléctrica pasa de un material al otro, el algoritmo de cálculo discrimina los nodos que corresponden a la superficie de separación entre dos materiales distintos y las intensidades que pasan de un material a otro. Además, en el interior de los termoelementos cuando se trabaja con propiedades función de la temperatura se puede también considerar el efecto Thomson.

Una vez definidas la geometría, propiedades de los materiales, cargas, condiciones de contorno y demás parámetros necesarios para la correcta determinación del problema combinado de conducción térmica y eléctrica, se resuelve éste, obteniendo unos determinados valores de temperaturas e intensidades para cada uno de los nodos resultantes del mallado realizado.

A partir de la distribución del flujo de corriente eléctrica y temperaturas de los nodos se calcula el valor del calor neto que, por efecto Peltier, se produce en la zona de influencia de ese nodo. Cuando se consideran propiedades constantes su valor neto será nulo si se trata de nodos que pertenecen a elementos del mismo material. A continuación, estos calores *Peltier* así calculados se introducen como cargas térmicas externas en el problema inicial y, resolviendo de nuevo como problema térmico y eléctrico, se obtiene una nueva distribución de temperaturas y de intensidades, con las que se calcularán de nuevo la potencia térmica *Peltier* asociada a cada nodo, proceso que se repetirá de forma iterativa hasta que la distribución de temperaturas y de intensidades sea técnicamente invariable entre dos iteraciones consecutivas.

Los resultados se han validado en un modelo elemental en 2d, con materiales isotrópicos de propiedades constantes, de tal manera que se pudiesen validar los resultados obtenidos con las ecuaciones analíticas. Este mismo modelo se estudió cuando se toman las propiedades del material del termoelemento variables con la temperatura para analizar las modificaciones que se producen por efecto Thomson.

El último modelo planteado considera la célula completa, con las soldaduras, los elementos puente y los disipadores, pero se considera que la propiedades de todos los materiales son constantes e independientes de la temperatura.

Los casos planteados se analizaron con intensidad eléctrica constante y definida y con temperaturas en las superficies exteriores de disipación también constantes y definidas. Estas suelen ser las condiciones de referencia en los catálogos y documentación técnica

facilitada por los fabricantes de células y, por otro lado, son condiciones básicas más fácilmente reproducibles de forma experimental.

El desarrollo de este trabajo ha dado lugar a la creación de un modelo en tres dimensiones estudiado en varios proyectos fin de carrera y que se ha utilizado para el análisis teórico de un paramento activo transparente en [4].

Aparte de todas las ventajas atribuibles a los métodos numéricos, mencionadas en las secciones previas, otra buena característica de este modelo es la “sencillez” de utilización del programa comercial Ansys, para la creación de modelos, fases de mallado, y obtención de resultados. Su mayor inconveniente posiblemente sea el tiempo de computación en la resolución del modelo al ser un proceso iterativo teniendo en cada iteración además dos etapas, al introducirse el calor por efecto Peltier como una carga térmica más.

El segundo trabajo llevado a cabo en esta Universidad y que resuelve este inconveniente está descrito en [43], y sus resultados se han mostrado en [18]. En este caso utilizando la técnica de los elementos finitos se ha desarrollado el “elemento termoeléctrico”, utilizando el programa FEAP⁴. Dicho programa está preparado para resolver cualquier tipo de problemas no lineales por elementos finitos. Está escrito en lenguaje Fortran 90 y se dispone del código fuente, lo que permite que tenga una gran versatilidad y que pueda ser adaptado a las necesidades del usuario. Tiene prevista la inclusión de nuevos elementos para modelar problemas distintos a aquellos para los que originariamente estaba diseñado.

El inconveniente de este programa es que al tratarse de un programa de investigación, no es tan sencillo de utilizar como cualquier programa comercial. Requiere tener conocimientos tanto de la teoría de elementos finitos como de la propia estructura interna del programa FEAP.

La modificación principal llevada a cabo en el estudio es la inserción de una nueva subrutina, que incluye las características del elemento termoeléctrico. Se usaron elementos paramétricos tridimensionales con ocho nodos por elemento. Las funciones de forma para ese tipo de elementos vienen implementadas en FEAP.

La parte principal de la subrutina añadida a FEAP consiste en el cálculo del residuo y de la matriz tangente para el problema acoplado termoeléctrico. Las integrales necesarias para estos cálculos se calculan transformándolas en sumatorios en ciertos puntos usando el método de la cuadratura de Gauss. El propio FEAP ya incluye subrutinas para invertir matrices tangentes y tiene la capacidad de realizar las iteraciones de Newton necesarias hasta que se alcance la convergencia.

Aunque el doctorando no conoce tan en profundidad este trabajo como el anteriormente mencionado, sí se dispone de la subrutina y uno de los objetivos de la tesis sería la contrastación de los resultados obtenidos mediante elementos de contorno con los dos trabajos de elementos finitos realizados en esta Universidad.

Hasta la fecha solamente se ha encontrado una referencia en la que se haya analizado el problema termoeléctrico utilizando el método de los elementos de contorno. Kondo, S. en [32] estudió el comportamiento de un termoelemento de Cu_4SnS_4 en dos dimensiones utilizando el método de los elementos de contorno considerando propiedades constantes del material. Una de las conclusiones del artículo es la efectividad de este método a la hora de analizar la distribución de temperaturas del termoelemento, lo que demuestra la

⁴ FEAP, desarrollado por los profesores Simo, J. C. y Taylor, L. del Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de California en Berkeley.

viabilidad de este método para la resolución del problema termoeléctrico, aunque sin introducir una de las dos no linealidades del problema, la dependencia con la temperatura de las propiedades termoeléctricas.

El método de los elementos de contorno (MEC) plantea una serie de ventajas con respecto al método de los elementos finitos (MEF) que se enumeran a continuación:

- El método de los elementos de contorno conduce a ecuaciones integrales de superficie, no de volumen, lo que facilita los cálculos.
- Sólo requiere discretizar superficies lo que representa dos grandes ventajas:
 - Buena conectividad con programas de CAD.
 - Facilidad de construcción de modelos y su modificación.
- MEC permite utilizar elementos discontinuos que simplifican la adaptación de tamaños de mallado.
- Representación de dominios abiertos de manera exacta y con gran facilidad.
- No es necesario mallar los planos de simetría.
- Distinción de zonas según materiales y aspecto, imponiendo condiciones de compatibilidad en las interfases lo que permite reducir el tamaño de las matrices así como su densidad, por lo general son matrices llenas de ceros, lo que permite un mejor tratamiento computacional de las mismas.
- La precisión en los puntos internos depende del mallado del contorno. A diferencia del método de los elementos finitos, no se calcula interpolando entre los nodos interiores.
- A priori, la precisión es mayor en el método de los elementos de contorno. Esta última afirmación se puede hacer con reservas, porque puede depender del tipo de problema que se analice. La justificación cualitativa es que MEC sólo introduce restricciones sobre el contorno, mientras que MEF condiciona también el volumen interior.

Sin embargo, el método de los elementos de contorno también tiene algunos inconvenientes:

- Tratamiento de las no linealidades: que implica la resolución de integrales de volumen. Hoy en día se propone el método de la reciprocidad dual que evita dichas integrales, así como el de Galerkin, si bien este último sólo sirve en algunos casos. Este es uno de los inconvenientes que habría que solventar en la resolución de los fenómenos termoeléctricos ya que se presentan dos no linealidades: por un lado, las propiedades que definen el comportamiento de estos materiales son función no lineal de la temperatura; mientras que por otro, uno de los términos de la segunda ecuación de equilibrio es no lineal.
- Pocos códigos comerciales disponibles aunque hay algunos códigos de nivel académico y uso público, cuya validez ha sido ampliamente demostrada.

Se piensa que todos los artículos mencionados representan una buena base para la contrastación de resultados con el método de elementos de contorno. Técnica numérica que no ha sido utilizada en demasía en el campo de la termoelectricidad y que podría tener sus ventajas como ya se ha mencionado frente a otros métodos numéricos.

3 OBJETIVOS DE LA TESIS

El principal objetivo de la tesis doctoral que se propone sería el estudio de los fenómenos termoeléctricos mediante el método numérico de los elementos de contorno, analizar su viabilidad, precisión, tiempos de cálculo. Se podrán comparar los resultados con determinados modelos analíticos elementales (ver el estado del arte), y con otras técnicas numéricas como es el método de los elementos finitos, del que ya se ha demostrado su viabilidad y precisión. Este punto constituiría la mayor aportación de esta tesis y daría paso a otros objetivos.

Una vez comprobada la validez de la utilización del método de los elementos de contorno para resolver el problema termoeléctrico, en la segunda parte de la tesis doctoral se pretende analizar el comportamiento de un módulo termoeléctrico en 3 dimensiones utilizando este método numérico. Para ello se programaría una herramienta que permita simular el comportamiento de un módulo termoeléctrico en 3D y que se intentaría validar con resultados experimentales, algunos de los cuales ya se han obtenido en diversos trabajos [41] y [42], que se podrían tomar como referencia o como base para la fabricación de nuevos bancos de ensayos en los que se mejore la precisión de los resultados obtenidos. El modelado 3D es otro aspecto novedoso en el campo de la termoelectricidad.

El último objetivo de la tesis sería continuar el estudio iniciado en [2] sobre geometrías de sección no constante utilizando el método de los elementos de contorno, planteándose la búsqueda de relaciones entre aplicaciones y geometría más idónea. La realización de ensayos en este caso sería más complicada al no existir módulos termoeléctricos comerciales con geometría de termoelementos de sección no constante. Sin embargo ha quedado demostrado en [2] y [3] que existen geometrías idóneas para cada tipo de aplicación que pueden permitir mejorar el punto de trabajo de un par termoeléctrico sin cambiar de material.

A continuación se describen de forma más detallada cada uno de los objetivos que se pretenden alcanzar en esta tesis doctoral.

3.1 ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DE LOS MATERIALES TERMOELÉCTRICOS MEDIANTE EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS DE CONTORNO

Definidas las ecuaciones constitutivas de los materiales termoeléctricos y las ecuaciones de equilibrio quedan establecido el problema de contorno a resolver.

Dado un dominio tridimensional Ω rodeado por un contorno Γ , el problema consiste en hallar los campos de potencial eléctricos (V) y temperaturas (T) cumpliéndose las siguientes ecuaciones de equilibrio:

$$\nabla \mathbf{j} = 0 \quad \{3.1\}$$

$$\nabla \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{j} \cdot \nabla V = 0 \quad \text{en } \Omega \quad \{3.2\}$$

donde \mathbf{j} y $\dot{\mathbf{q}}$ vienen definidos por las ecuaciones constitutivas de los materiales termoeléctricos:

$$\mathbf{j} = -\frac{1}{\rho} \cdot \nabla V - \sigma \cdot \frac{1}{\rho} \cdot \nabla T \quad \{3.3\}$$

$$\dot{\mathbf{q}} = -\sigma \cdot \frac{1}{\rho} \cdot T \cdot \nabla V - \left(\lambda + \sigma^2 \cdot \frac{1}{\rho} \cdot T \right) \cdot \nabla T \quad \{3.4\}$$

Operando en {3.3}:

$$\mathbf{j} \cdot \mathbf{j} = -\frac{1}{\rho} \cdot \mathbf{j} \cdot \nabla V - \frac{\sigma}{\rho} \cdot \mathbf{j} \cdot \nabla T \Leftrightarrow \mathbf{j} \cdot \nabla V = -\rho \cdot \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} + \sigma \cdot \mathbf{j} \cdot \nabla T \quad \{3.5\}$$

y sustituyendo {3.5} y {3.4} en {3.2} se llega a :

$$\nabla[\lambda \cdot \nabla T + \sigma \cdot T \cdot \mathbf{j}] = \rho \cdot \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} + \sigma \cdot \mathbf{j} \cdot \nabla T \quad \{3.6\}$$

Tras algunas operaciones, y considerando que:

$$\nabla \lambda = \frac{d\lambda}{dT} \cdot \nabla T$$

$$\nabla \sigma = \frac{d\sigma}{dT} \cdot \nabla T = \frac{\tau}{T} \cdot \nabla T$$

donde τ es el coeficiente Thomson, se llega a:

$$\nabla^2 T = \underbrace{-\frac{\rho}{\lambda} \cdot \mathbf{j} \cdot \mathbf{j}}_{b_1} + \underbrace{\frac{\tau}{\lambda} \cdot \mathbf{j} \cdot \nabla T - \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{d\lambda}{dT} \cdot \nabla T \cdot \nabla T}_{b_2} \quad \{3.7\}$$

La ecuación {3.7} constituye la ecuación a resolver por el MEC, e incluye el caso más general de termoelectricidad. Como se ve, el término b_2 aparece vinculado al efecto Thomson y a la variación de la conductividad térmica con la temperatura, mientras que el término b_1 sólo depende de la corriente. En el caso de que no se considerase el efecto Thomson y que las propiedades térmicas y eléctricas del termoelemento se considerasen constantes, la ecuación {3.7} se reduciría a una ecuación lineal:

$$\nabla^2 T = -\frac{\rho}{\lambda} \cdot \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} \quad \{3.8\}$$

Existirían dos tipos de condiciones de contorno:

□ Condiciones de contorno de tipo eléctrico

El contorno se divide en dos partes disjuntas (Γ_v y Γ_j) tales que:

$$\Gamma_v \cup \Gamma_j = \Gamma$$

$$\Gamma_v \cap \Gamma_j = \emptyset$$

Condición de contorno de tipo esencial $V = V_c$ en Γ_v

Condición de contorno de tipo natural $\mathbf{j} \cdot \mathbf{n} = j_c$ en Γ_j

siendo \mathbf{n} el vector normal a Γ_j y de sentido saliente al dominio Ω .

□ Condiciones de contorno de tipo térmico

El contorno se divide, de nuevo, en dos partes disjuntas (Γ_T y Γ_q) tales que:

$$\Gamma_T \cup \Gamma_q = \Gamma$$

$$\Gamma_T \cap \Gamma_q = \emptyset$$

y donde se deben de cumplir las siguientes condiciones:

$$\text{Condición de contorno de tipo esencial} \quad T = T_c \quad \text{en} \quad \Gamma_T$$

$$\text{Condición de contorno de tipo natural} \quad \dot{\mathbf{q}} \cdot \mathbf{n} = q_c \quad \text{en} \quad \Gamma_q$$

siendo \mathbf{n} el vector normal a Γ_j y de sentido saliente al dominio Ω .

Las condiciones de contorno más habituales en el estudio de pares termoeléctricos son las siguientes:

- **Bases de los termoelementos:**

$$T = T_b$$

$$j_n = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial V}{\partial n} - \frac{\sigma}{\rho} \cdot \frac{\partial T}{\partial n}$$

- **Contorno lateral de los termoelementos:**

$$j_n = 0 = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial V}{\partial n} - \frac{\sigma}{\rho} \cdot \frac{\partial T}{\partial n}$$

$$q_n = 0 = -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial n} + \sigma \cdot T \cdot j_n$$

Como ya se ha mencionado, este problema ya ha sido resuelto utilizando técnicas de elementos finitos. En la primera parte de la tesis se pretende solucionarlo mediante el empleo del método de los elementos de contorno comparando los resultados con el método de los elementos finitos y otras técnicas analíticas.

3.2 ANALISIS DEL COMPORTAMIENTO DE UN MÓDULO COMERCIAL MEDIANTE EL MÉTODO DE ELEMENTOS DE CONTORNO

Un módulo termoeléctrico comercial consiste en la unión de varios pares de semiconductores tipo p y tipo n conectados térmicamente en paralelo y eléctricamente en serie para aumentar la tensión eléctrica de operación del mismo. Los semiconductores se conectan entre sí a través de buenos conductores eléctricos como el cobre utilizando uniones soldadas con materiales con bajo punto de fusión para no dañar los termoelementos durante el proceso de soldadura. Estos puentes eléctricos tienen que estar aislados eléctricamente del objeto a refrigerar para evitar cortocircuitos. Sin embargo, este material aislante eléctrico debe de ser un buen conductor térmico para minimizar el salto térmico entre el par termoeléctrico y el objeto.

Un módulo termoeléctrico comercial consta de tres elementos principales:

- Termoelementos.
- Puentes eléctricos.
- Placas cerámicas aislantes eléctricas y buenas conductoras térmicas.

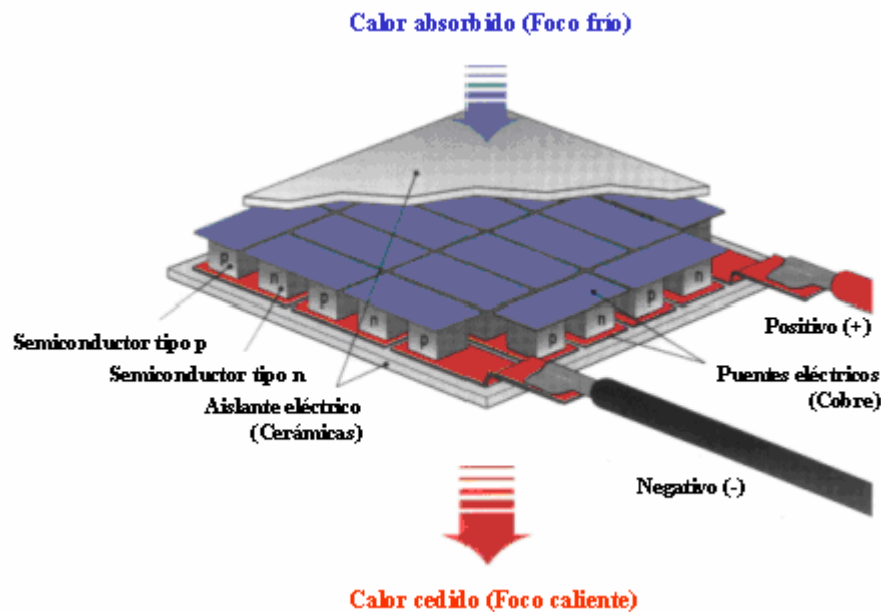


Figura 3.1. Módulo termoelectrico comercial

Otro aspecto fundamental de los módulos termoelectricos, y que muchas veces no se considera en los modelos de cálculo, son las uniones soldadas entre los diferentes componentes. Como ya se ha comentado, los termoelementos se sueldan a los puentes electricos mediante aleaciones con un punto de fusión relativamente bajo. Uno de los compuestos eutecticos más utilizados es una aleación de bismuto y estaño (58% Bi y 42% Sn con punto de fusión en 138°C). En el caso de que el módulo termoelectrico vaya a trabajar en un rango de temperaturas superior a 80°C, se suelen emplear aleaciones con un punto de fusión más elevado, como son las aleaciones de estaño y plomo (63% Sn y 37% Pb, con punto de fusión en 183°C).

El estudio de un par termoelectrico de manera precisa requiere tener en cuenta todos los componentes que lo constituyen así como las diferentes capas de unión entre los diferentes elementos, es decir, el material que se utiliza en la unión de los termoelementos con los puentes electricos, y el material de unión entre los pares termoelectricos con las placas ceramicas. La unión de los termoelementos a los puentes electricos introduce una resistencia electrica de contacto que aumenta las pérdidas por efecto Joule y por tanto disminuye su eficiencia. La influencia de esta resistencia electrica de contacto se hace más patente a medida que disminuye la longitud de los termoelementos al disminuir la resistencia volumétrica de los mismos.

La unión de los puentes electricos a las placas ceramicas introduce una resistencia térmica de contacto que aumentará el salto térmico entre las caras de los termoelementos, originando también una disminución en la eficiencia del módulo.

De cara a definir la geometría de un módulo termoelectrico habría que distinguir entre dos tipos de datos: generales y específicos. Dentro del primer grupo podrían considerarse el número de pares termoelectricos, las dimensiones principales de los termoelementos (sección transversal y altura), dimensiones del módulo (longitud, altura y anchura). Este tipo de datos se encuentra accesible en cualquier catálogo suministrado por los fabricantes.

Dentro del grupo de datos más específicos se encontrarían por ejemplo el espesor de los puentes electricos, el espesor de las placas ceramicas, la distancia de separación entre los termoelementos de un mismo par termoelectrico, la distancia de separación entre

cadena termoelectricas, o el espesor medio de las uniones soldadas. Este tipo de datos, con los que quedaría perfectamente definida la geometría de los módulos termoelectricos, se han obtenido en diversos trabajos y publicaciones, utilizando técnicas visuales y de ingeniería inversa [13], el capítulo cuatro de [2], y [44]. Con los datos suministrados en estas referencias y los aportados en catálogos, se podría definir perfectamente la geometría del modelo que se pretende analizar utilizando el método de los elementos de contorno. En la Figura 3.2 se muestra un esquema de todo los elementos que constituyen un par termoelectrico dentro de un módulo termoelectrico comercial (se ha representado solamente un termoelemento).

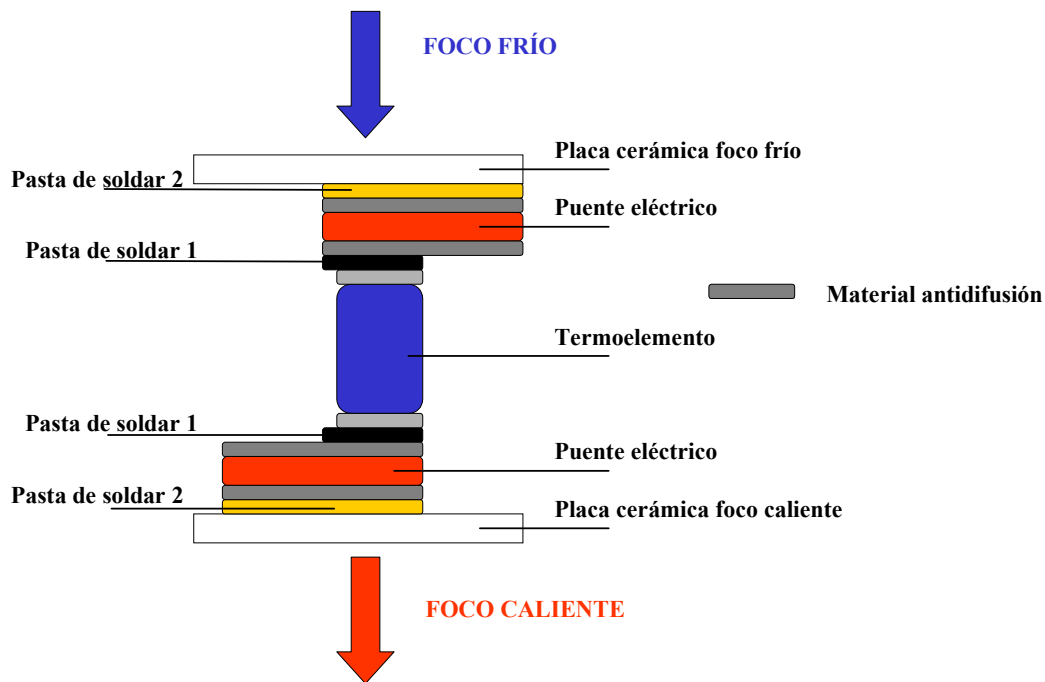


Figura 3.2. Componentes de un par termoelectrico

Una herramienta de cálculo de este tipo permitiría el estudio detallado de módulos termoelectricos. Como se ha visto en el estado del arte, los modelos analíticos utilizan una serie de simplificaciones que pueden conducir a resultados poco precisos.

Otra de las ventajas que podría tener una aplicación de este tipo es su utilización conjunta con otro tipo de programas o ampliación de éste que permitan simular los sistemas de disipación. Esto permitiría optimizar el equipo completo y analizar otras variables del problema como son por ejemplo: dimensiones y materiales utilizados en el sistema de disipación, caudales de aire, tipo de ventiladores utilizados, puentes térmicos, aislantes térmicos.

3.3 ANÁLISIS DE GEOMETRÍAS DE SECCIÓN NO CONSTANTE

La tercera parte de la tesis se dedicaría al estudio del comportamiento de termoelementos con secciones transversales no constantes.

Se ha demostrado que la generación de potencia térmica por efecto Peltier, tanto la potencia absorbida como la cedida sólo dependen de las propiedades termoelectricas de los dos materiales que forman el par termoelectrico, de la corriente eléctrica que circula y de sus temperaturas absolutas en los extremos, generándose esta potencia térmica en la superficie de unión de los dos materiales.

Los efectos irreversibles producidos por los fenómenos Joule y Fourier son de carácter volumétrico, es decir, se producen en el seno del material, por lo que pueden resultar afectados por la geometría de los elementos termoeléctricos, influyendo también a la distribución de temperaturas en las superficies en que se produce el efecto Peltier y por tanto al valor de la propia potencia térmica debida a este efecto y, en definitiva, a la potencia térmica neta que es absorbida o cedida en los extremos de los materiales termoeléctricos.

En esta parte de la tesis se trataría de demostrar la posible influencia que la forma de la sección transversal de los termoelementos puede tener en las potencias absorbidas y cedidas por efecto Peltier. En este caso, se haría el estudio sobre modelos en 3 dimensiones. Los estudios que se han hecho hasta la fecha en este sentido, han usando modelos unidimensionales, y existen algunos tipos de geometría donde puede conducir a resultados erróneos. En algunos de estos estudios se han considerado además fenómenos de convección en las caras laterales de los termoelementos, aunque por lo general los modelos analíticos desprecian este calor considerando los laterales de los termoelementos adiabáticos. El análisis mediante el método de los elementos de contorno permitiría considerar las dos opciones. Hoy en día, existen gamas de módulos termoeléctricos comerciales aislados en los huecos entre termoelementos mediante siliconas especiales que no dañan los termoelementos y que tienen tres objetivos: reducir las pérdidas térmicas en las paredes laterales de los termoelementos, proteger los pares termoeléctricos de agentes nocivos, y evitar posibles fenómenos de condensación del aire en la zona fría que incluso podría derivar en la formación de escarcha en la misma, provocando una disminución de su eficiencia, y una reducción en los tiempos medios de vida por problemas de oxidación.

Thacher, E. F. en [51], mediante el empleo del cálculo variacional, demostró que bajo las hipótesis de volumen constante del termoelemento y de superficies laterales adiabáticas, la eficiencia máxima de un termoelemento trabajando en el modo de generación eléctrica se consigue para secciones transversales constantes del termoelemento. Maday, C. J., y Huang, C. en [37], han estudiado la influencia de una geometría de sección variable trapezoidal en un modelo con las siguientes simplificaciones: corriente eléctrica constante, consideración de un modelo unidimensional en temperaturas, régimen estacionario, y que la sección transversal de los termoelementos es una función conocida dependiente de la posición. Además consideran la conductividad térmica de los materiales constante con la temperatura, así como el coeficiente de transmisión de calor de las superficies laterales de los termoelementos, y que la resistividad eléctrica de los termoelementos es una función lineal de la temperatura. Han analizado dos posibles geometrías que se muestran en la Figura 3.3.

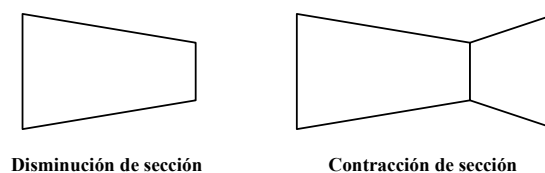


Figura 3.3. Secciones transversales variables

Como conclusiones más relevantes de este trabajo, en el mismo se cita que se aprecia un mejor comportamiento de los termoelementos cuando la sección transversal mínima está en contacto con el lado caliente. No se muestra ninguna conclusión sobre el modelo con contracción de sección en la parte central. También se indica en el artículo “el posible beneficio” que podría tener la refrigeración por convección de las caras laterales de los termoelementos, que disiparía el calor generado por efecto Joule en el interior de los

termoelementos, cantidad de calor considerable cuando se trabaja con intensidades elevadas.

En el capítulo 8 de la tesis doctoral [2], se realiza un estudio minucioso de diferentes geometrías de termoelementos considerando propiedades constantes de los materiales, utilizando un modelo unidimensional, y suponiendo que las superficies laterales de los termoelementos son adiabáticas.

Utilizando un método diferente llega a la misma conclusión que Thacher, E. F.: “ *El valor de la eficiencia máxima es independiente de la forma de la sección transversal y su variación depende única y exclusivamente de la esbeltez total del termoelemento, de las temperaturas y de las propiedades de los materiales, supuesto estas constantes*”, dicho de otra forma “*La eficiencia máxima puede ser conseguida con cualquier sección transversal con tal que la esbeltez del termoelemento sea igual a la que optimiza la eficiencia*”. Como evidentemente, el volumen de cada una de las geometrías no tiene que ser el mismo, en un apartado posterior se demuestra que el volumen mínimo se obtiene con termoelementos de sección transversal constante.

En esta misma tesis se introducen otra serie de factores de la geometría de los termoelementos denominados terciarios, que tienen que ver con los demás elementos que componen la célula termoeléctrica. Estos factores pueden llegar a tener influencia directa o indirecta sobre la eficiencia frigorífica y las potencias térmicas intercambiadas entre el foco frío y el foco caliente. A continuación se citan algunos: volumen, superficies de contacto con los puentes eléctricos, resistencia estructural de los termoelementos, costo de fabricación, distancia entre foco frío y caliente, valor máximo de la temperatura en el interior del termoelemento, que puede ser muy superior en algunas geometrías, a las que se alcanzan en los extremos del termoelemento.

Al final del capítulo 9 se citan las restricciones que plantea la utilización de un modelo unidimensional tanto térmico como eléctrico, y que hacen que las conclusiones del mismo deban de ser consideradas con cautela. Salvo en el caso de sección prismática constante, donde el comportamiento del termoelementos sí es unidimensional, en el resto de geometrías la distribución de potencias térmicas y corriente eléctrica es tridimensional, y por tanto el modelo planteado no da una solución exacta.

Además, en la zona de los termoelementos próxima a los puentes eléctricos, se producirá una modificación de la distribución de temperaturas y de la distribución de corrientes, que contradicen otra suposición del modelo, en la que se considera que los cambios en la geometría no afectarán a los valores de las potencias térmicas intercambiadas y de las eficiencias asociadas, si se mantenía el valor de la esbeltez total.

En este mismo capítulo 9, ya se plantea el beneficio que se podría conseguir utilizando un modelo tridimensional porque permitiría evaluar por un lado la exactitud del modelo unidimensional, y por otro ser una herramienta útil a la hora de analizar aplicaciones concretas.

Por todo lo expuesto en los párrafos anteriores, se piensa que un objetivo secundario de la tesis podría ser el estudio de estas geometrías variables utilizando el método de los elementos de contorno aprovechando las posibilidades del código que se pretende programar para el análisis de módulos termoeléctricos comerciales.

4 METODOLOGÍA

En esta tesis doctoral se pretenden combinar análisis numéricos utilizando el método de los elementos de contorno con la realización de ensayos experimentales para contrastar los resultados numéricos

La parte numérica se comenzará con un estudio previo de un modelo unidimensional para analizar a priori la viabilidad del método. Una vez realizada esta comprobación se trabajará con un modelo bidimensional en el que se analizarán diversos casos: propiedades constantes y variables con la temperatura, tipo de elementos, tamaño de mallas, tiempos de cálculo, errores... Además se comprobarán los resultados con otras técnicas numéricas y cuando sea posible, con modelos analíticos. El último paso numérico será la programación de un código que permita resolver el problema en tres dimensiones. En este caso, los resultados del método numérico se comprobarán tanto con datos reales suministrados por los fabricantes de los módulos termoelectricos como con los propios ensayos llevados a cabo en la parte experimental de la tesis. Por último y como aplicación numérica del modelo tridimensional, se estudiará el comportamiento de termoelementos con geometría de sección variable.

La parte experimental de la tesis se pretende llevar a cabo en paralelo con la numérica. En ella se construirán dos bancos de ensayos. El primero de ellos permitirá estudiar el comportamiento de los módulos termoelectricos funcionando bajo diferentes condiciones de trabajo. En el segundo banco de ensayos se estudiarán varios equipos integrados de refrigeración termoelectrica que incluyan los elementos de disipación. En este caso se pretende analizar la influencia de diversos factores como pueden ser: la propia geometría de los elementos de disipación (aletas planas, agujas...), material de los disipadores, caudales de ventilación, posición de los ventiladores, distancia de separación entre el foco frío y caliente... A la hora de establecer conclusiones sobre los resultados obtenidos se tendrán en cuenta también algunos factores de carácter comercial de estos equipos como pueden ser el precio del sistema, el nivel de ruido del mismo o el consumo eléctrico total que puede disminuir bastante la eficiencia neta del equipo. De algunos de estos ensayos se podrían realizar simulaciones numéricas utilizando la aplicación programada para el estudio de un módulo termoelectrico comercial combinada bien con programas comerciales como Fluent (volúmenes finitos) o con códigos de elementos de contorno que permitan simular problemas de transmisión de calor por convección.

5 PLAN DE TRABAJO

Previamente al estudio de cada uno de los objetivos de la tesis, se realizará un análisis detallado de la aplicación del método de los elementos de contorno a problemas térmicos o eléctricos. Este análisis permitirá también conocer en detalle códigos ya programados que pueden facilitar la programación de las necesarias para el estudio de los fenómenos termoeléctricos.

También se realizará una revisión bibliográfica en los diferentes temas que se van a tratar en esta tesis: modelos de análisis del comportamiento de módulos termoeléctricos, bancos de ensayos para caracterizar módulos termoeléctricos (nuevos materiales que permitan reducir las fugas en el mismo), estudios sobre termoelementos con sección transversal no constante. Dicha revisión bibliográfica se continuará durante el desarrollo de la tesis para incorporar en la misma las novedades que se vayan produciendo.

Una vez conocidas las bases del método de elementos de contorno y cómo funcionan determinados modelos con los que se pretende comparar resultados, se estaría en disposición de afrontar los diferentes objetivos de esta tesis doctoral.

El primer objetivo de la tesis sería estudiar los fenómenos termoeléctricos en detalle mediante elementos de contorno en un modelo en dos dimensiones comparando los resultados con modelos analíticos y el método de los elementos finitos. En esta parte del estudio se analizaría el tipo elementos, tamaño de mallado, tiempos de cálculo, errores, convergencia del método...

Una vez realizado este primer estudio y comprobada la validez del método, se daría paso al segundo objetivo de la tesis: el estudio de un módulo termoeléctrico en tres dimensiones mediante el método de los elementos de contorno, teniendo en cuenta los resultados obtenidos en el modelo en dos dimensiones. Para ello se programaría una aplicación que permita estudiar pares termoeléctricos en 3 dimensiones y que incluya todos los elementos que componen un módulo termoeléctrico tradicional. En esta caso también se realizaría la comprobación teórica de los resultados por lo menos con un modelo de elementos finitos. Además de esta validación teórica, se pretende llevar a cabo una validación experimental mediante la realización de ensayos con módulos termoeléctricos comerciales. Para ello se tomaría como base otros resultados obtenidos experimentalmente por otros investigadores y la experiencia adquirida por el doctorando en la fabricación de otros bancos de ensayos. Las dos partes de este objetivo de la tesis se realizarían en paralelo.

Comprobada la validez del método tanto teórica como experimentalmente, se daría paso al estudio del tercer objetivo de la tesis: el análisis de geometrías de termoelementos con sección transversal no constante en 3D mediante este método numérico. Esta parte de la tesis doctoral no podría tener comprobación experimental por lo menos hasta la fecha, porque no existen módulos termoeléctricos comerciales con este tipo de termoelementos.

6 RECURSOS DISPONIBLES

El doctorando como Investigador en Formación del IIT dispone dentro del Instituto de un puesto de trabajo con un ordenador personal y no sería difícil la adquisición del software más adecuado para la programación del método de los elementos de contorno. En principio se puede comenzar a trabajar con el código de difusión pública de Domínguez, J. y Brebbia, C. A. [7], o también el código propuesto por Beer, G. en [6]. El doctorando también tiene acceso a una licencia universitaria del programa ANSYS y al uso del programa FEAP.

Con respecto a la parte experimental, el Departamento de Fluidos y Calor dispone de un taller con los útiles y herramientas necesarios para la fabricación de prototipos o los propios bancos de ensayos. El IIT también dispone de un pequeño laboratorio, así como de equipos de medida suficientes para caracterizar el comportamiento de los módulos termoeléctricos. El coste de fabricación del banco de ensayos y posibles prototipos no supondría una cantidad elevada de dinero.

7 REFERENCIAS

1. Anatyckuk, L.I., and Luste, O.J. "Physical Principles of Microminiaturization in Thermoelectricity". *Proc. 15th International Conference on Thermoelectrics*. 1996, Pasadena, CA. USA, pp. 279-287.
2. Arenas, A. Tesis doctoral: "Determinación de Nuevos Criterios que Permitan la Optimización de Parámetros de Diseño de una Bomba de Calor por Efecto Peltier", Departamento de Fluidos y Calor. Universidad Pontificia Comillas, (Madrid, 1999).
3. Arenas, A., Vázquez, J., and Palacios, R. "Performance Analysis of Thermoelectric Pellets with Non-Constant Cross Sections". *Proc. 7th European Workshop on Thermoelectrics*. 2002, Pamplona, Spain, pp. 112-119.
4. Arenas, A., Vázquez, J., Sanz-Bobi, M.A., and Palacios, R. "Bidimensional Analysis of a Thermoelectric Module Using Finite Element Techniques". *Proc. 19th International Conference on Thermoelectrics*. 2000, Cardiff, UK, pp. 503-510.
5. Astrain, D. Tesis doctoral: "Optimización de la Disipación de Calor en Pastillas de Efecto Peltier, Aplicación en Refrigeración Doméstica", Departamento de Ingeniería Mecánica, Energética y de Materiales. Universidad Pública de Navarra, (Pamplona, 2002).
6. Beer, G. "Programming the Boundary Element Method: An Introduction for Engineers", John Wiley and Sons, 2001, p. 500.
7. Brebbia, C.A., and Domínguez, J. "Boundary Elements. An Introductory Course", 2 ed, Computational Mechanics Publications, Mc Graw-Hill, Southampton, 1992, p. 314.
8. Buist, R.J. "Thermoelectric Heat Sink Modeling and Optimization". www.tetech.com, 2000.
9. Buist, R.J., "Calculation of Peltier Device Performance", in CRC Handbook of Thermoelectrics, D.M. Rowe, Editor. 1995, CRC Press, pp. 143-155.
10. Chávez, J.A., Salazar, J., Turó, A., Ortega, M., and García, M.J. "Modelado de elementos Peltier mediante analogía de parámetros eléctricos". *International Journal of Thermoelectricity*, Vol. 5 nº1, (1998), pp. 14-21.
11. Chimchavee, W., Khedari, J., and Hirunlabh, J. "An Electro-Thermal Model of Thermoelectric Modules in Heat Pump and Cooling Mode (CHIM model)". *Proc. 20th International Conference on Thermoelectrics*. 2001, Beijing, China, pp. 458-461.
12. Chu, C.L. "Robust Thin Film Thermoelectric Devices". *Proc. 15th International Conference on Thermoelectrics*. 1996, Pasadena, USA, pp. 274-278.
13. CNM-CSIC, "Estudio de las Células Peltier como Componentes Refrigerantes". 1989, Centro Nacional de Microelectrónica, CSIC: Barcelona, Spain.
14. Cobble, M.H., "Calculation of Generator Performance", in CRC Handbook of Thermoelectrics, D.M. Rowe, Editor. 1995, CRC Press, Inc, pp. 489-501.
15. Drabkin, I., and Dashevsky, Z. "The Choice of Thermoelectric Cooling Materials for a Segmented Leg". *Proc. 5th European Workshop on Thermoelectrics*. 1999, Pardubice, Check Republic, pp. 151-153.

16. Drabkin, I., and Dashevsky, Z. "The Criteria for Optimal Temperature Dependencies of Thermoelectric Material Characteristics". *Proc. 5th European Workshop on Thermoelectrics*. 1999, Pardubice, Check Republic, pp. 106-109.
17. Drabkin, I., and Dashevsky, Z. "Generalized Equations of Heat Balance for Thermoelectric Leg Sides". *Proc. 5th European Workshop on Thermoelectrics*. 1999, Pardubice, Check Republic, pp. 154-158.
18. Gavela, D., and Pérez-Aparicio, J.L. "Peltier Pellet Analysis with a Coupled, Non-Linear, 3D Finite Element Model". *Proc. 4th European Workshop on Thermoelectrics*. 1998, Madrid, Spain, pp. 145-152.
19. Goldsmid, H.J., "*Applications of Thermoelectric Refrigeration*", in Thermoelectric Refrigeration. 1964, Temple Press Books Ltd: New York, USA, pp. 211-224.
20. Goldsmid, H.J. "Thermoelectric Refrigeration", Temple Press Books LTD, New York, USA, 1964, p. 240.
21. Goldsmid, H.J., "*Design and construction of modules*", in Electronic Refrigeration. 1986, Pion: London, UK, pp. 168-197.
22. Goldsmid, H.J. "Electronic Refrigeration", Pion, London, 1986, p. 227.
23. Goldsmid, H.J., "*Practical applications*", in Electronic Refrigeration. 1986, Pion: London, UK, pp. 198-218.
24. Goldsmid, H.J., "*Conversion Efficiency and Figure-of-Merit*", in CRC Handbook of Thermoelectrics, D.M. Rowe, Editor. 1995, CRC Press: New York, USA, pp. 19-25.
25. González Vian, J., Astrain, D., Esarte, J., and Aguas, J.J. "Application of the Thermoelectricity on the Development of a Test-Tube Holder and Wine Expositor with Temperatures Control". *Proc. 4th European Workshop on Thermoelectrics*. 1998, Madrid, Spain, pp. 19-27.
26. Gonzalez Vián, J., Domínguez, M., Astrain, D., Esarte, J., García, D., and Aguas, J.J. "Simulation by Electric Analogy of a Thermoelectric Cheese Dryer". *Proc. 5th European Workshop on Thermoelectrics*. 1999, Pardubice, Check Republic, pp. 76-80.
27. González Vián, J., Domínguez, M., Esarte, J., Astrain, D., García, D., and Aguas, J.J. "Study of the Efficiency of the Thermoelectrics Modules by Electric Analogy and its Agreement with Other Methods". *Proc. 5th European Workshop on Thermoelectrics*. 1999, Pardubice, Check Republic, pp. 99-105.
28. González Vián, J.G., Astrain, D., Domínguez, M., Esarte, J., and Aguas, J.J. "Design of a Heat Dissipater Which Allows to Increase the Efficiency in the Thermoelectric Refrigerators". *Proc. 19th International Conference on Thermoelectrics*. 2000, Cardiff, UK, pp. 336-339.
29. González Vián, J.G., Astrain, D., Esarte, J., Aguas, J.J., and Domínguez, M. "Optimisation of the Heat Dissipation in Thermoelectric Devices by Means of an Element with Phase Change". *Proc. 20th International Conference on Thermoelectrics*. 2001, Beijing, China, pp. 448-452.
30. González Vián, J.G., Domínguez, M., Astrain, D., Esarte, J., and Aguas, J.J. "Design and Optimisation of a Thermoelectric Dehumidifier". *Proc. 19th International Conference on Thermoelectrics*. 2000, Cardiff, UK, pp. 469-473.

31. Ioffe, A.F. "Semiconductor Thermoelements and Thermoelectric Cooling", InfoSearch Ltd., London, 1957.
32. Kondo, S., Hasaka, M., and Morimura, T. "Temperature Analysis of Thermoelectric Device of Cu₄SnS with Two Dimension by Boundary Element Method". *Proc. 15th International Conference on Thermoelectrics*. 1996, Pasadena, CA. USA, pp. 238-242.
33. Kondratiev, D., and Yershova, L. "TE Coolers Computer Simulation: Incremental Upgrading of Rate Equations Approach". *Proc. 6th European Workshop on Thermoelectrics*. 2001, Freiburg, Germany, pp. 204-211.
34. Lau, P.G., and Buist, R.J. "Temperature and Time Dependent Finite-Element Model of a Thermoelectric Couple". *Proc. 15th International Conference on Thermoelectrics*. 1996, pp. 227-233.
35. Lau, P.G., and Buist, R.J. "Calculation of Thermoelectric Power Generation Performance Using Finite Element Analysis". *Proc. 16th International Conference on Thermoelectrics*. 1997, Dresden, Germany, pp. 563-566.
36. Lertsatitthanakorn, C., Sarachitti, R., Hirunlabh, J., Khedari, J., and Scherrer, H. "Numerical Investigation of the Performance of Free Convected Thermoelectric Air Conditioner". *Proc. 19th International Conference on Thermoelectrics*. 2000, pp. 481-485.
37. Maday, C.J., and Huang, C. "Optimum Thermoelectric Heat Pumps with Convective Cooling and Non-Uniform Cross Section". *International Journal of Thermoelectricity*, Vol. 5, n°1, (1998), pp. 2-4.
38. Müller, E., Karpinski, G., Seifert, W., and Ueltzen, M. "One-Dimensional Modeling of a Peltier Element: Validity of the Averaged Parameters Approximation in Dependence on the Carrier Density". *Proc. Sixth European Workshop on Thermoelectrics*. 2001, Fraunhofer, Germany, pp. 136-140.
39. Nolas, G.S., Sharp, J., and Goldsmid, H.J., "Historical Development", in Thermoelectrics. Basic Principles and New Materials Developments. 2001, Springer: Australia, pp. 1-13.
40. Okumura, H., Hasegawa, Y., Oike, T., Satoh, N., Takayama, S., and Yamaguchi, S. "Numerical Simulation of Thermoelectrics Power Generation under Magnetic Field". *Proc. 19th International Conference on Thermoelectrics*. 2000, Cardiff, UK, pp. 296-299.
41. Palacios, R., and Sanz-Bobi, M.A. "Thermal Properties of Commercial Thermoelectric Modules". *Proc. 16th International Conference on Thermoelectrics*. 1997, Dresden, Germany, pp. 628-631.
42. Palacios, R., and Sanz-Bobi, M.A. "Electrical Properties of Commercial Thermoelectric Modules". *Proc. 4th European Workshop on Thermoelectrics*. 1998, Madrid, Spain, pp. 159-162.
43. Pérez-Aparicio, J.L., and Gavela, D. "3D, Non-Linear Coupled, Finite Element Model of Thermoelectricity". *Proc. 4th European Workshop on Thermoelectrics*. 1998, Madrid, Spain, pp. 43-51.
44. Ritzer, T.M. "A Critical Evaluation of Today's Thermoelectric Modules". *Proc. 16th International Conference on Thermoelectrics*. 1997, Dresden, Germany, pp. 619-623.

45. Ritzer, T.M., and Lau, P.G. "The Effect of Fan Orientation on Heat Sink Performance". *Proc. 19th International Conference on Thermoelectrics*. 2000, Cardiff, UK, pp. 333-335.
46. Rowe, D.M., ed. *CRC Handbook of Thermoelectrics*. 1995, CRC Press: London, p. 701.
47. Rowe, D.M., Williams, S.G.K., and Min, G. "The Effect of Heat Exchanger and Interface Materials on the Performance of a Hot-Water Thermoelectric Generating System". *Proc. 2nd European Workshop on Thermoelectrics*. 1995, Nancy, France, pp. 98-102.
48. Seifert, W., Ueltzen, M., Strümpel, C., Heiliger, W., and Müller, E. "One-Dimensional Modeling of a Peltier Element". *Proc. 20th International Conference on Thermoelectrics*. 2001, Beijing, China, pp. 439-443.
49. Sochard, I.I. "Design and Construction of a Peltier Temperature-Control Device". *Advanced Energy Conversion*, Vol. 2, (1962), pp. 255-263.
50. Stockholm, J.G., and Stockholm, D.W. "Thermoelectric Modeling of a Cooling Module With Heat Exchangers". *Proc. 12th International Conference on Thermoelectrics*. 1992, pp. 140-146.
51. Thacher, E.F. "Shapes which Maximize Thermoelectric Generator Efficiency". *Proc. 4th International Conference on Thermoelectric Energy Conversion*. 1982, Arlington, Texas, USA, pp. 67-74.
52. Tomita, K., Hara, R., Ishida, K., Aoyama, I., Kaibe, H., and Sano, S. "Fabrication of Thermoelectric Generating Modules using n-CoSb₃ and p-MnSi_{1.73}". *Proc. 6th European Workshop on Thermoelectrics*. 2001, Freiburg, Germany, pp. 129-132.
53. Uemura, K.I. "Construction and Application of Peltier Modules. Part 1. Construction of Peltier Module". *Proc. 9th Cimtec-World Forum on New Materials. Symposium VII-Innovative Materials in Advanced Energy Technologies*. 1999, pp. 701-712.
54. Uemura, K.I. "Construction and Application of Peltier Modules. Part 2. Application of Peltier Modules". *Proc. 9th Cimtec-World Forum on New Materials. Symposium VII-Innovative Materials in Advanced Energy Technologies*. 1999, pp. 713-722.
55. Whitlow, L.W., Hirano, T., and Mijamiya, M. "Numerical Analysis of Efficiency Improvements in Functionally Gradient Thermoelectric Materials". *Proc. 11th International Conference on Thermoelectrics*. 1992, Arlington, Texas, USA, pp. 244-248.
56. Yu, G., and Chen, L. "Theoretical Revision on DT-I Formula for A.F. Ioffe's Thermoelectric Cooling". *Proc. 11th International Conference on Thermoelectrics*. 1992, Arlington, Texas, USA, pp. 282-284.
57. Zheng, W.G., Xu. "Influence of Air Heat Sink Geometry on the Performance of Thermoelectric Cooling Modules". *Proc. 15th International Conference on Thermoelectrics*. 1996, Pasadena CA, USA, pp. 311-314.